



Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky
Experimentální úloha celostátního kola
67. ročníku FO
Olomouc 2026

Téma: Pružnost a pevnost špaget – kdy a jak se lámou?

Suché špagety se na první pohled mohou zdát jako banální objekt. Jejich mechanické vlastnosti však skrývají mnoho zajímavých fyzikálních jevů, které byly dokonce předmětem seriózního výzkumu. V této úloze budete zkoumat chování špaget při různých druzích zatížení, určíte jejich modul pružnosti a odhadnete podmínky, za nichž se lámou.

Pomůcky povolené při řešení:

- Kalkulačka, rýsovací potřeby, běžné fyzikální tabulky
- Díly pro sestavení experimentálního zařízení na měření průhybu špaget
- Posuvné měřítko, pravítko, lupa
- Improvizovaná sada závaží
- Suché špagety běžně dostupných značek

1. Část A – Experimentální

A1. Pozorování lomu špagety při ohybu

Ohýbejte suchou špagetu oběma rukama, dokud se nezlomí. Pozorujte:

- Kolik zlomů obvykle vznikne?
- Kde přibližně se zlomy nacházejí?
- Je výsledek opakovatelný?
- Pokuste se vysvětlit fyzikální mechanismus, který lom špaget způsobuje.

Proces několikrát zopakujte a své výsledky zaznamenejte. **Dbejte na bezpečnost očí při lámání špaget** (úlomky mohou odlétnout).

A2. Měření síly potřebné k přelomení špagety

Sestavte zařízení pro měření průhybu špaget podle návodu (viz. příloha A). Pomocí něj změřte sílu potřebnou ke zlomení špagety při bodovém zatížení uprostřed mezi dvěma oporami. Měření opakujte pro různé vzdálenosti opor L . Vzdálenost L zvolte v rozmezí 5–20 cm.

Návod k analýze:

- Zaznamenejte sílu F_{lom} pro každou vzdálenost opor L .

- Data vynesete do grafu v logaritmickém měřítku na obou osách ($\log F_{\text{lom}}$ v závislosti na $\log L$) a z něj odhadnete typ závislosti (např. lineární, kvadratická, mocninná, atd.).

A3. Měření Youngova modulu pružnosti ohybovou metodou

Určete Youngův modul pružnosti E suché špagety pomocí ohybového experimentu s využitím vašeho zařízení:

- Změřte průměr d špagety na několika místech a dále počítejte s průměrnou hodnotou.
- Položte špagetu na dvě opory, jejichž vzájemná vzdálenost je L .
- Do středu postupně zavěšujte závaží a měřte odpovídající průhyb δ .

Zpracování dat:

- Pro zvolené L změřte $\delta(F)$ alespoň v 7–9 bodech. Zatížení nesmí překročit oblast pružné deformace, proto vyřaďte body s $\delta \gtrsim L/15$.
- Vykreslete graf závislosti δ na F .
- Použijte **lineární regresi** pro určení směrnice a přímky $\delta = aF$. Uvažujeme-li, že regresní přímka prochází nulou, tj. že $\delta(0) = 0$, lze směrnici jednoduše vyjádřit vztahem

$$a = \frac{\sum_i F_i \delta_i}{\sum_i F_i^2}.$$

- Pro určení kvality regresního fitu je vhodné spočítat koeficient determinace R^2 ,

$$R^2 = \frac{(\sum_i F_i \delta_i)^2}{\sum_i F_i^2 \sum_i \delta_i^2}.$$

Hodnota $R^2 \geq 0,99$ potvrzuje, že data leží v lineární oblasti pružnosti. Pokud je hodnota nižší, je nutné zúžit výběr bodů.

- Ze směrnice přímky a spočítejte výsledný Youngův modul E podle vzorce

$$E = \frac{L^3}{48Ia},$$

kde I je moment setrvačnosti průřezu, který má pro válcový profil nosníku tvar

$$I = \frac{\pi d^4}{64},$$

přičemž d je průměr nosníku.

2. Část B – Teoretická analýza

B1. Modelování ohybového napětí

Ohybové napětí σ vzniká v materiálu při jeho ohýbání. Základní vztah pro ohybové napětí v daném bodě průřezu prutu lze psát ve tvaru

$$\sigma = \frac{My}{I}, \quad (1)$$

kde M je ohybový moment, y je vzdálenost bodu od neutrální osy¹ a I je moment setrvačnosti průřezu.

Největší ohybové napětí v daném průřezu je obvykle na povrchu tělesa (tj. v povrchovém vlákně). Uvažujeme-li špagetu jako prostý nosník podepřený na obou koncích a zatížený uprostřed silou F , maximální ohybový moment je pak ve středu nosníku délky L a je dán vztahem

$$M_{\max} = \frac{FL}{4}. \quad (2)$$

- Odvoďte vztah pro mezní ohybové napětí, při kterém dojde ke zlomení špagety.
- Určete jednotku ohybového napětí σ .
- Z předchozího měření (viz. odstavec **A2.**) určete mezní ohybové napětí σ_{mez} , při kterém dojde ke zlomení špagety.

B2. Odvození Youngova modulu pružnosti

Špagetu lze modelovat jako přímý, homogenní prut kruhového průřezu. Uvažujme-li malý průhyb takového nosníku a případ, kdy je podepřený na obou koncích a zatěžován silou F uprostřed, platí

$$\delta = \frac{FL^3}{48EI},$$

kde δ je průhyb nosníku, E je Youngův modul pružnosti materiálu nosníku, I je moment setrvačnosti průřezu a L je vzdálenost podpěr.

- Vyjádřete Youngův modul pružnosti materiálu E pouze pomocí F , L , d , δ a určete jeho jednotku.
- Diskutujte, jak jednotlivé veličiny ovlivní výsledný modul pružnosti.

3. Část C – Diskuze a závěr

V této části shrňte a zhodnoťte své poznatky, zamyslete se nad limity experimentu a možnými rozšířeními. Diskutujte:

- Které faktory mají největší vliv na pevnost špagety?
- Jaké chyby mohly ovlivnit vaše měření?
- Jak by šlo vaši experimentální metodu vylepšit? Zvažte přesnější měření průhybu, síly nebo průměru špagety. Jaké přístroje by pomohly zvýšit přesnost?

¹Neutrální osa je myšlená osa v průřezu ohýbaného prvku, která není namáhaná ani tahem, ani tlakem. V případě homogenního nosníku symetrického průřezu (např. obdélník, kruh) se neutrální osa shoduje s jeho geometrickou (těžišťovou) osou.

Hodnocení:

Celkové maximum: **20 bodů**

A. Experiment (12 b)

- A1 – Pozorování a popis lomu špaget, diskuze efektu lámání špaget: **2 b**
- A2 – závislost F_{lom} na L , log-log graf, interpretace výsledků: **4 b**
- A3 - Příprava měření a metrologie (měření d , δ): **1 b**
- Graf δ - F , posouzení linearity, určení směrnice a a koeficientu R^2 : **3 b**
- Výpočet E se správnými jednotkami a diskuze nejistot: **2 b**

B. Teorie (4 b)

- B1 – odvození σ_{max} , určení jednotek, použití dat z A2 k odhadu σ_{mez} : **2 b**
- B2 – vyjádření $E(F, L, d, \delta)$, jednotka, rozbor citlivosti: **2 b**

C. Diskuze a závěry (4 b)

- Identifikace dominantních zdrojů chyby: **2 b**
- Návrhy zlepšení metodiky: **2 b**

Poznámka: Dílčí body lze udělit i v případě správného postupu se špatným číselným výsledkem.