

Řešení úloh krajského kola 66. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2024/2025

Kategorie E

FO66E3-1: Srážka vlaků na Aljašce

J. Thomas

a) Za dobu $t_0 = 10 \text{ min} = 1/6 \text{ h}$ se vzdálenost mezi vlaky zmenšila na

$$d_0 = d - v_R t_0 = 150 \text{ km} - 42 \text{ km/h} \cdot \frac{1}{6} \text{ h} = 143 \text{ km}.$$

Poté se po dobu t_s budou vlaky pohybovat proti sobě a platí

$$d_0 = v_R t_s + v_Y t_s = (v_R + v_Y) t_s.$$

Odtud vychází

$$t_s = \frac{d_0}{v_R + v_Y} = \frac{143 \text{ km}}{42 \text{ km/h} + 36 \text{ km/h}} \doteq 1,833 \text{ h} = 110 \text{ min}.$$

Ke srážce dojde v čase

$$t = t_0 + t_s = 10 \text{ min} + 110 \text{ min} = 120 \text{ min}.$$

Od stanice Silver Creek budou vlaky ve vzdálenosti

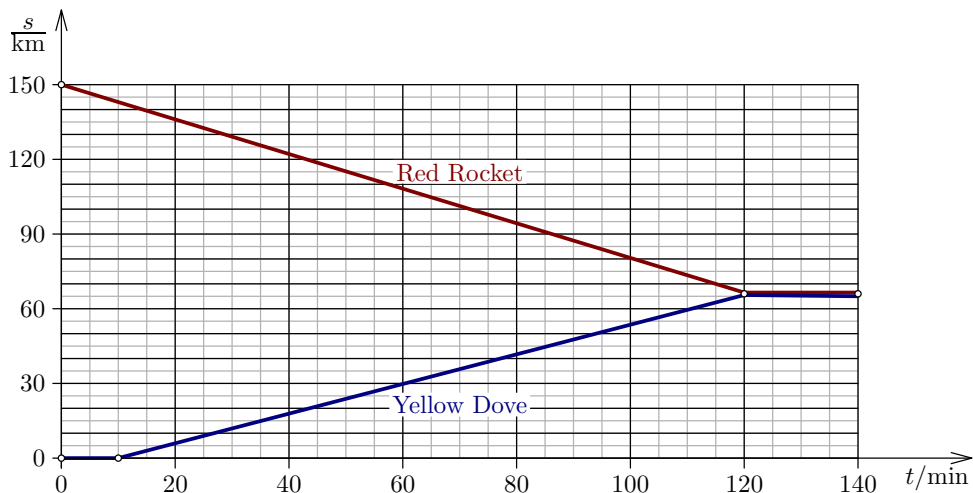
$$s = v_Y t_s = 36 \text{ km/h} \cdot \frac{110}{60} \text{ h} = 66 \text{ km}.$$

4 body

Poznámka: Tuto část úlohy lze řešit i na základě grafu sestrojeného v části b).

b) Příklad grafu je na obr. 1.

4 body



Obr. 1: K úloze FO66E3-1

c) Holub létá stálou rychlostí v_H po dobu t_s , proto uletí vzdálenost

$$s_H = v_H t_s = 48 \text{ km/h} \cdot \frac{110}{60} \text{ h} = 88 \text{ km}.$$

2 body

FO66E3-2: Radka vaří čaj*J. Thomas*

- a) Radka potřebuje 0,3 litru vody, jejíž hmotnost je $m_1 = 300 \text{ g}$ ($m = 1 \text{ g/cm}^3 \cdot 300 \text{ cm}^3$), stejnou hmotnost musí mít led použitý na vaření čaje, čemuž odpovídá objem ledu

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{300 \text{ g}}{0,9 \text{ g/cm}^3} \doteq 333,33 \text{ cm}^3.$$

Protože jedna kostka má objem

$$V_k = 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 27 \text{ cm}^3,$$

bude Radka potřebovat

$$n = \frac{V_1}{V_k} = \frac{333,33 \text{ cm}^3}{27 \text{ cm}^3} \doteq 12,346 \doteq 13$$

kostek ledu (musíme zaokrouhlit nahoru).

Kostky mají objem

$$V = nV_k = 13 \cdot 27 \text{ cm}^3 = 351 \text{ cm}^3$$

a hmotnost

$$m = \rho_1 V = 0,9 \text{ g/cm}^3 \cdot 351 \text{ cm}^3 = 315,90 \text{ g} \doteq 320 \text{ g}. \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

Poznámka: Počet kostek lze určit i přes hmotnost jedné kostky

$$m_k = \rho_1 V_k = 0,9 \text{ g/cm}^3 \cdot 27 \text{ cm}^3 = 24,3 \text{ g}.$$

Potom

$$n = \frac{m_1}{m_k} = \frac{300 \text{ g}}{24,3 \text{ g}} \doteq 12,346 \doteq 13.$$

- b) Na ohřátí 13 kostek ledu z teploty $t_1 = -18^\circ\text{C}$ na teplotu $t_0 = 0^\circ\text{C}$ je zapotřebí dodat teplo

$$Q_1 = mc_l(t_0 - t_1) = 0,3159 \text{ kg} \cdot 2100 \text{ J/(kg} \cdot ^\circ\text{C)} [0^\circ\text{C} - (-18^\circ\text{C})] \doteq 11\,941 \text{ J}.$$

Na roztátí stejného množství ledu bude zapotřebí teplo

$$Q_2 = ml_t = 0,3159 \text{ kg} \cdot 334\,000 \text{ J/kg} \doteq 105\,511 \text{ J}.$$

Na ohřátí vody k bodu varu bude zapotřebí teplo

$$Q_3 = mc_v(t_2 - t_0) = 0,3159 \text{ kg} \cdot 4\,200 \text{ J/(kg} \cdot ^\circ\text{C)} (100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}) \doteq 132\,678 \text{ J}.$$

Celkem je potřeba dodat teplo

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 11\,941 \text{ J} + 105\,511 \text{ J} + 132\,678 \text{ J} = 250\,130 \text{ J} \doteq 250 \text{ kJ}.$$

4 body

- c) Kromě ledu a vody se na vařiči musí ohřát i hliníkový hrnek o hmotnosti $m_h = 200 \text{ g} = 0,20 \text{ kg}$. K jeho ohřátí na teplotu varu vody musíme ještě kromě tepla Q dodat teplo

$$Q_4 = m_h c_{Al}(t_{100} - t_{20}) = 0,20 \text{ kg} \cdot 900 \text{ J/(kg} \cdot ^\circ\text{C)} \cdot (100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}) = 14\,400 \text{ J}.$$

Zahřívání bude při příkonu vařiče $P = 1\,200 \text{ W}$ trvat

$$t = \frac{Q + Q_4}{P} = \frac{250\,130 \text{ J} + 14\,400 \text{ J}}{1\,200 \text{ W}} \doteq 220,44 \text{ s} \doteq 220 \text{ s} = 3 \text{ min } 40 \text{ s}. \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

FO66E3-3: Výkon motoru*M. Rakovská (FO SR)*

- a) Rychlost na vodorovném úseku vypočteme z dráhy $s_1 = 3\,600\text{ m}$ a času jízdy $t_1 = 4\text{ min} = 240\text{ s}$ a získáváme

$$v_1 = \frac{s_1}{t_1} = \frac{3\,600\text{ m}}{240\text{ s}} = 15\text{ m/s} = 54\text{ km/h.} \quad \mathbf{1\text{ bod}}$$

Při rovnoměrném pohybu konstantní rychlostí musí být tahová síla motoru stejně velká (a opačného směru) jako odporová síla $F_1 = 480\text{ N}$, pro výkon motoru pak vychází

$$P_1 = F_1 v_1 = 480\text{ N} \cdot 15\text{ m/s} = 7\,200\text{ W} = 7,2\text{ kW.} \quad \mathbf{1\text{ bod}}$$

- b) Při jízdě do kopce musí motor překonávat nejen odporovou sílu, ale i složku tíhové síly na nakloněné rovině se sklonem $p = 8/100 = 0,08$, pro celkovou sílu pak můžeme psát

$$F_2 = F_1 + m g p = 480\text{ N} + 1\,000\text{ kg} \cdot 9,8\text{ N/kg} \cdot 0,08 = 1\,264\text{ N.}$$

Při stejné rychlosti v_1 musí výkon motoru vzrůst na hodnotu

$$P_2 = F_2 v_1 = 1\,264\text{ N} \cdot 15\text{ m/s} = 18\,960\text{ W} \doteq 19\text{ kW.} \quad \mathbf{2\text{ body}}$$

- c) Při stejném výkonu $P_1 = F_2 v_2$ poklesne do kopce rychlost automobilu v_2 na

$$v_2 = \frac{P_1}{F_2} = \frac{7\,200\text{ W}}{1\,264\text{ N}} \doteq 5,696\,2\text{ m/s} \doteq 5,7\text{ m/s.} \quad (\doteq 21\text{ km/h}) \quad \mathbf{2\text{ body}}$$

- d) Vzdálenost $s_2 = 2\,400\text{ m}$ do kopce ujede automobil rychlostí v_2 za čas

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{2\,400\text{ m}}{5,696\,2\text{ m/s}} \doteq 421,33\text{ s} \doteq 420\text{ s} \doteq 7,0\text{ min.} \quad \mathbf{2\text{ body}}$$

- e) Průměrnou rychlost vypočteme jako podíl celkové dráhy a celkového času na obou úsecích

$$v = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{3\,600\text{ m} + 2\,400\text{ m}}{240\text{ s} + 421,33\text{ s}} \doteq 9,072\,6\text{ m/s} \doteq 9,1\text{ m/s.} \quad (\doteq 33\text{ km/h})$$

2 body**FO66E3-4: Dva rezistory se spínačem***J. Jířů*

- a) Při rozepnutém spínači protéká proud pouze horním rezistorem, jeho odpor určíme podle Ohmova zákona

$$R_1 = \frac{U}{I_r} = \frac{4,0\text{ V}}{0,050\text{ A}} = 80\,\Omega.$$

Při sepnutém spínači se celkový proud rozdělí na proud tekoucí horním rezistorem I_r a proud tekoucí dolním rezistorem $I_s - I_r$. Odpor dolního rezistoru určíme opět podle Ohmova zákona

$$R_2 = \frac{U}{I_s - I_r} = \frac{4,0\text{ V}}{0,250\text{ A} - 0,050\text{ A}} = 20\,\Omega.$$

Pro celkový odpor R soustavy rezistorů pak platí

$$R = \frac{U}{I_s} = \frac{4,0\text{ V}}{0,250\text{ A}} = 16\,\Omega. \quad \mathbf{3\text{ body}}$$

Poznámka: Celkový odpor R můžeme určit také pomocí rezistorů R_1 a R_2 zapojených vedle sebe. Pro celkový odpor R soustavy rezistorů pak platí (vztah

uveden v zadání školního kola tohoto ročníku)

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{80 \Omega \cdot 20 \Omega}{80 \Omega + 20 \Omega} = 16 \Omega.$$

- b) Při rozepnutém spínači je elektrický výkon zdroje roven elektrickému příkonu horního rezistoru a dostaneme jej např. pomocí vztahu

$$P_r = UI_r = 4,0 \text{ V} \cdot 0,050 \text{ A} = 0,20 \text{ W},$$

nebo

$$P_r = R_1 I_r^2 = 80 \Omega \cdot (0,050 \text{ A})^2 = 0,20 \text{ W},$$

popř.

$$P_r = \frac{U^2}{R_1} = \frac{(4,0 \text{ V})^2}{80 \Omega} = 0,20 \text{ W}.$$

Při sepnutém spínači je elektrický výkon zdroje roven elektrickému příkonu soustavy obou rezistorů a dostaneme jej např. pomocí vztahu

$$P_s = UI_s = 4,0 \text{ V} \cdot 0,250 \text{ A} = 1,0 \text{ W},$$

nebo

$$P_s = RI_s^2 = 16 \Omega \cdot (0,25 \text{ A})^2 = 1,0 \text{ W},$$

popř.

$$P_s = \frac{U^2}{R} = \frac{(4,0 \text{ V})^2}{16 \Omega} = 1,0 \text{ W}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- c) Horní rezistor přijímá energii po celou dobu $t = 3 \text{ min} = 180 \text{ s}$ s příkonem $P_r = 0,20 \text{ W}$, tedy přijme celkovou energii $E_1 = P_r t$. Stejnou energii E_2 přijme dolní rezistor R_2 za dobu t_2 s výkonem

$$P_2 = P_s - P_r = 1,0 \text{ W} - 0,20 \text{ W} = 0,80 \text{ W} > P_r;$$

platí $E_2 = P_2 t_2$. Z rovnice

$$E_1 = P_r t = E_2 = P_2 t_2$$

vyjádříme

$$t_2 = \frac{P_r t}{P_2} = \frac{0,20 \text{ W} \cdot 180 \text{ s}}{0,80 \text{ W}} = 45 \text{ s}.$$

Hledaný čas sepnutí spínače tak vychází

$$t_1 = t - t_2 = 180 \text{ s} - 45 \text{ s} = 135 \text{ s}. \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

- d) Zdvojnásobením napětí zdroje dostaneme těž dvojnásobné napětí mezi uzly, odpory se zachovávají, avšak proudy se změní (podle Ohmova zákona se zdvojnásobí):

$$I'_r = 2I_r = 2 \cdot 0,050 \text{ A} = 0,100 \text{ A}, \quad I'_s = 2I_s = 2 \cdot 0,250 \text{ A} = 0,500 \text{ A}.$$

Při rozepnutém spínači je elektrický výkon zdroje roven elektrickému příkonu horního rezistoru

$$P'_r = U' I'_r = 8,0 \text{ V} \cdot 0,10 \text{ A} = 0,8 \text{ W},$$

při sepnutém spínači je elektrický výkon zdroje roven elektrickému příkonu soustavy obou rezistorů

$$P'_r = U' I'_s = 8,0 \text{ V} \cdot 0,50 \text{ A} = 4,0 \text{ W}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

Vidíme, že výkon zdroje při dvojnásobném napětí je v obou případech čtyřnásobný.