

Řešení úloh okresního kola 66. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2024/2025

Kategorie E

FO66E2-1: Na tréninku

J. Thomas

- a) Vzájemná rychlost trenéra a Roberta je $v - u = 3,0 \text{ m/s} - 1,0 \text{ m/s} = 2,0 \text{ m/s}$, proto Robert doběhne trenéra za dobu

$$t_1 = \frac{d}{v - u} = \frac{100 \text{ m}}{3,0 \text{ m/s} - 1,0 \text{ m/s}} = 50 \text{ s}$$

ve vzdálenosti

$$s_1 = vt_1 = 3,0 \text{ m/s} \cdot 50 \text{ s} = 150 \text{ m}$$

od startu.

2 body

- b) Cesta zpět bude trvat opět $t_1 = 50 \text{ s}$. Trenér ujede za tuto dobu dalších

$$s_1 - d = 150 \text{ m} - 100 \text{ m} = 50 \text{ m}$$

a bude v době, kdy se Robert obrací v místě startu, ve vzdálenosti na $d_2 = 200 \text{ m}$. Robert doběhne trenéra podruhé v čase

$$t_2 = 2t_1 + \frac{d_2}{v - u} = 2 \cdot 50 \text{ s} + \frac{200 \text{ m}}{3,0 \text{ m/s} - 1,0 \text{ m/s}} = 200 \text{ s}$$

ve vzdálenosti

$$s_2 = v(t_2 - 2t_1) = 3,0 \text{ m/s} \cdot (200 \text{ s} - 2 \cdot 50 \text{ s}) = 300 \text{ m}.$$

3 body

- c) Trenér dojde do cíle za dobu

$$t_3 = \frac{l - d}{u} = \frac{400 \text{ m} - 100 \text{ m}}{1,0 \text{ m/s}} = 300 \text{ s}.$$

Robert od druhého setkání uběhne

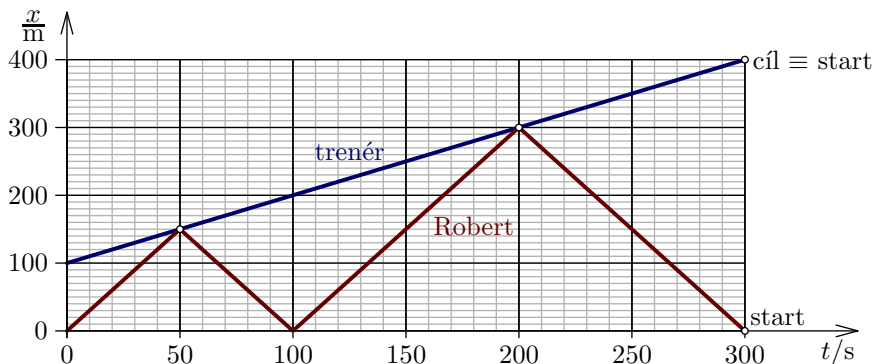
$$s_3 = v(t_3 - t_2) = 3,0 \text{ m/s} \cdot (300 \text{ s} - 200 \text{ s}) = 300 \text{ m}.$$

2 body

Poznámka: Pro kontrolu, pokud by někteří řešitelé spočítali, celkem Robert uběhne vzdálenost $s = vt_3 = 3,0 \text{ m/s} \cdot 300 \text{ s} = 900 \text{ m}$. Všechny výše uvedené části úlohy lze řešit i graficky.

- d) Příklad grafu je na obr. 1. V místě startu a cíle se setkají, ale Robert se bude vracet ke startu z opačného směru.

3 body



Obr. 1: K úloze FO66E2-1

FO66E2-2: Horolezecký čaj*Námět: L. Konrád (FO SR)*

a) Použitý sníh bude mít stejnou hmotnost jako voda potřebná na objem čaje

$$V = 18 \text{ dl} = 1,8 \text{ l} = 1800 \text{ cm}^3.$$

Bud si pamatujeme, že 1 litr vody má hmotnost 1 kg a budeme tak potřebovat 1,8 kg sněhu, nebo vypočítáme hmotnost pomocí hustoty vody

$$m = \rho V = 1,0 \text{ g/cm}^3 \cdot 1800 \text{ cm}^3 = 1800 \text{ g} = 1,8 \text{ kg}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

b) Pro teplo Q_1 dostáváme

$$Q_1 = mc_1(t_0 - t_1) = 1,8 \text{ kg} \cdot 2100 \text{ J/(kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C)} \cdot [0,0 \text{ }^\circ\text{C} - (-15 \text{ }^\circ\text{C})] = 56700 \text{ J} \doteq 57 \text{ kJ}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

c) Teplo na roztátí sněhu vychází

$$Q_2 = ml_t = 1,8 \text{ kg} \cdot 336000 \text{ J/kg} = 604800 \text{ J} \doteq 600 \text{ kJ}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

d) Teplo na zahřátí vzniklé vody na výslednou teplotu t_2 pak vychází

$$Q_3 = mc_2(t_2 - t_0) = 1,8 \text{ kg} \cdot 4200 \text{ J/(kg} \cdot \text{ }^\circ\text{C)} \cdot (95 \text{ }^\circ\text{C} - 0,0 \text{ }^\circ\text{C}) = 718200 \text{ J} \doteq 720 \text{ kJ}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

e) Spálením lihu o výhřevnosti $H = 27 \text{ MJ/kg} = 27000000 \text{ J/kg}$ získáme teplo $Q = m_1 H$ a při zanedbání ztrát do okolí platí

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = m_1 H,$$

odkud získáváme

$$m_1 = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{H} = \frac{56700 \text{ J} + 604800 \text{ J} + 718200 \text{ J}}{27000000 \text{ J/kg}} = 0,0511 \text{ kg} \doteq 51 \text{ g}.$$

2 body

FO66E2-3: Rovnováha na páce*J. Thomas*

- a) Protože soustava je v rovnováze, je hmotnost kvádrů stejná jako hmotnost koule $m = 135 \text{ g}$. Při hustotě kvádrů $\rho_k = 2,7 \text{ g/cm}^3$ vychází jeho objem

$$V = \frac{m}{\rho_k} = \frac{135 \text{ g}}{2,7 \text{ g/cm}^3} = 50 \text{ cm}^3. \quad (= 0,000 05 \text{ m}^3) \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- b) Síla, kterou působí kvádr na páku, se zmenší o vztlakovou sílu vody

$$F_{vz} = V \rho g = 0,000 05 \text{ m}^3 \cdot 1 000 \text{ kg/cm}^3 \cdot 9,8 \text{ N/kg} = 0,49 \text{ N}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

Na levé straně páky působí síla zavěšené koule

$$F_1 = mg = 0,135 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} = 1,323 \text{ N}$$

ve vzdálenosti l_1 , na pravé straně páky síla kvádrů nadlehčeného vodou

$$F_2 = F_1 - F_{vz} = 1,323 \text{ N} - 0,49 \text{ N} = 0,833 \text{ N}.$$

Z podmínky rovnováhy na páce

$$F_1 l_1 = F_2 l$$

vyjádříme

$$l_1 = l \frac{F_2}{F_1} = 30 \text{ cm} \cdot \frac{0,833 \text{ N}}{1,323 \text{ N}} \doteq 18,889 \text{ cm} \doteq 19 \text{ cm}.$$

Protože $l_1 < l$, musíme kouli posunout směrem k ose otáčení páky, tj. doprava o $l - l_1 = 30 \text{ cm} - 19 \text{ cm} = 11 \text{ cm}$. $\mathbf{3 \text{ body}}$

Poznámka: Jak je vidět z předchozích výpočtů, všechny síly závisejí na tíhovém zrychlení g , které se ale ve zlomku vykrátí stejně jako jednotky hmotnosti; při obecném výpočtu lze tedy přímo psát

$$\begin{aligned} l_1 &= l \frac{F_2}{F_1} = l \frac{mg - V \rho g}{mg} = l \frac{m - V \rho}{m} = \\ &= 30 \text{ cm} \cdot \frac{135 \text{ g} - 50 \text{ cm}^3 \cdot 1,0 \text{ g/cm}^3}{135 \text{ g}} \doteq 18,889 \text{ cm} \doteq 19 \text{ cm}. \end{aligned}$$

- c) Nyní bude na pravé straně působit síla F_2 ve vzdálenosti l_2 , z rovnováhy na páce nyní dostáváme

$$F_1 l = F_2 l_2,$$

odkud vyjádříme

$$l_2 = l \frac{F_1}{F_2} = 30 \text{ cm} \cdot \frac{1,323 \text{ N}}{0,833 \text{ N}} \doteq 47,647 \text{ cm} \doteq 48 \text{ cm}.$$

Protože $l_2 > l$, musíme závaž ponořeného kvádrů posunout směrem od osy otáčení páky, tj. doprava o $l_2 - l = 48 \text{ cm} - 30 \text{ cm} = 18 \text{ cm}$. $\mathbf{3 \text{ body}}$

Poznámka: K výsledku je opět možné dojít bez přímého vyčíslení sil, konkrétně

$$\begin{aligned} l_2 &= l \frac{F_1}{F_2} = l \frac{mg}{mg - V \rho g} = l \frac{m}{m - V \rho} = \\ &= 30 \text{ cm} \cdot \frac{135 \text{ g}}{135 \text{ g} - 50 \text{ cm}^3 \cdot 1,0 \text{ g/cm}^3} \doteq 47,647 \text{ cm} \doteq 48 \text{ cm}. \end{aligned}$$

FO66E2-4: Obvod se spínačem*J. Thomas*

- a) Pokud je vypínač rozepnut, bude proud protékat pouze větví s oběma rezistory R_1 . Protože jsou zapojené za sebou, výsledný odpor vychází

$$R = 2R_1 = 2 \cdot 15 \Omega = 30 \Omega$$

a zdrojem poteče proud

$$I = \frac{U}{R} = \frac{4,5 \text{ V}}{30 \Omega} = 0,15 \text{ A} = 150 \text{ mA}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- b) Pro uvolněné Jouleovo teplo za čas $t = 5,0 \text{ min} = 300 \text{ s}$ dostáváme z napětí a celkového proudu

$$Q = UIt = 4,5 \text{ V} \cdot 0,15 \text{ A} \cdot 300 \text{ s} = 202,50 \text{ J} \doteq 200 \text{ J}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

Poznámka: Uvolněné teplo lze spočítat i z tepla uvolněného na každém z rezistorů $Q_1 = R_1 I^2 t$, vychází

$$Q = 2Q_1 = 2R_1 I^2 t = 2 \cdot 15 \Omega \cdot (0,15 \text{ A})^2 \cdot 300 \text{ s} = 202,50 \text{ J} \doteq 200 \text{ J}.$$

- c) Po sepnutí spínače bude proud procházet jak větví s rezistory R_1 a celkovým odporem $R = 2R_1 = 30 \Omega$, tak větví s rezistorem $R_2 = 30 \Omega = R$. Obě větve jsou zapojeny vedle sebe a pro výsledný odpor obvodu proto platí

$$R' = \frac{R^2}{R + R} = \frac{R}{2} = \frac{30 \Omega}{2} = 15 \Omega < R. \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

Pro celkový proud pak dostáváme

$$I' = \frac{U}{R'} = \frac{4,5 \text{ V}}{15 \Omega} = 0,30 \text{ A} = 300 \text{ mA} > I;$$

proud se zvětší.

2 body

Pro uvolněné teplo pak vychází

$$Q' = UI't = 4,5 \text{ V} \cdot 0,30 \text{ A} \cdot 300 \text{ s} = 405,00 \text{ J} \doteq 400 \text{ J} = 2Q. \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Poznámka: Protože každou z větví teče stejný proud

$$I_1 = I'/2 = (0,30 \text{ A})/2 = 0,15 \text{ A},$$

můžeme sečíst tepla uvolněná na jednotlivých rezistorech

$$Q = 2R_1 I_1^2 t + R_2 I_1^2 t = 2 \cdot 15 \Omega \cdot (0,15 \text{ A})^2 \cdot 300 \text{ s} + 30 \Omega \cdot (0,15 \text{ A})^2 \cdot 300 \text{ s} = 405,00 \text{ J} \doteq 400 \text{ J}.$$