

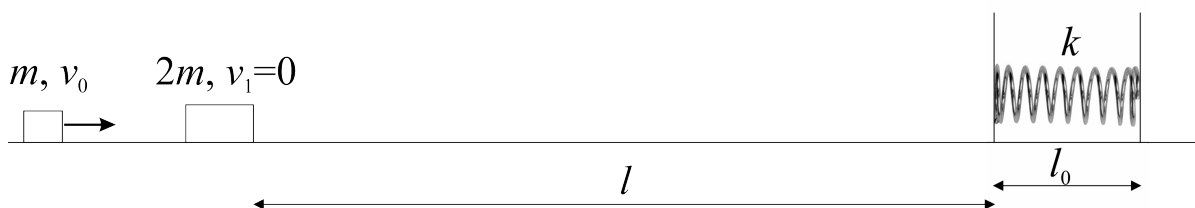
Úlohy 1. kola 66. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie C

Není-li uvedeno jinak, uvažujte tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

1. Nepružná srážka

Těleso o hmotnosti $m = 100 \text{ g}$ se pohybuje rychlostí $v_0 = 2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ po vodorovné hladké podložce a narazí do tělesa dvojnásobné hmotnosti, které je v klidu. Po ujetí vzdálenosti $l = 50 \text{ cm}$ dopadne spojené těleso na nestlačenou, $l_0 = 10 \text{ cm}$ dlouhou pružinu o tuhosti $k = 30 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, jejíž osa je vodorovná (obr. 1).

- Jakou rychlost v bude mít spojené těleso po nárazu?
- O jakou vzdálenost x_m se pružina stlačí?
- Za jakou dobu t po nárazu se spojené těleso vrátí do místa srážky?
- Jak se změní výsledky, nebude-li část roviny o délce l dokonale hladká a součinitel tření mezi tělesem a podložkou bude $f = 0,010$? Rozměry těles jsou v porovnání s délkou l zanedbatelné.



Obr. 1

2. Po proudu nebo proti proudu

Z místa A do místa B se lze dostat pouze motorovou loďkou po úzké řece, jejíž rychlost proudu u je stálá. Loďka s jedním závěsným motorem dopluje z A do B za dobu $t_1 = 60$ minut a se dvěma závěsnými motory za dobu $t_2 = \frac{t_1}{2}$. Tahová síla dvou motorů je dvakrát větší, než tahová síla jednoho motoru. Loďka se pohybuje rovnoměrně a víme, že odporová síla proti pohybu loďky je úměrná druhé mocnině její rychlosti vzhledem k vodě.

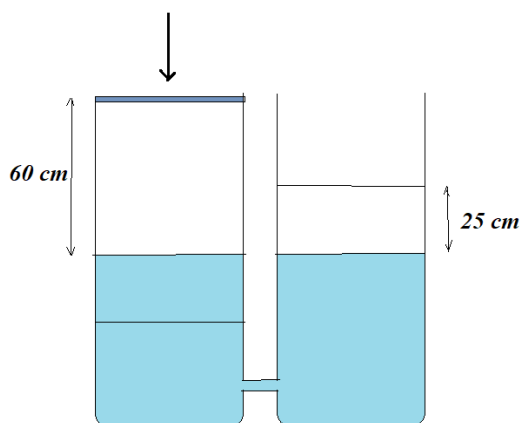
- Jakou rychlostí se vzhledem k vodě pohybuje loďka se dvěma motory, je-li rychlost loďky s jedním motorem vzhledem k vodě v ?
- Které místo leží na řece výše, tedy blíže k jejímu prameni, A nebo B?
- Jak dlouho bude trvat plavba z B do A loďce s jedním motorem a loďce se dvěma motory?

3. Stlačování plynu ve spojených nádobách

Spojené nádoby (obr. 2) jsou tvořeny dvěma válci stejného průřezu $S = 200 \text{ cm}^2$. Voda v nádobách sahá do výšky $h_1 = 60 \text{ cm}$ pod horní okraj nádob. Levou nádobu uzavřeme pístem o zanedbatelné hmotnosti a plyn v ní stlačíme tak, že hladina vody v pravé nádobě stoupne o $h_2 = 25 \text{ cm}$.

- a) Určete práci W vykonanou stlačením plynu a teplo Q , které se přitom předá do okolí, probíhá-li děj dostatečně pomalu a můžeme jej považovat za izotermický.
- b) Určete práci W vykonanou stlačením plynu, probíhá-li děj tak rychle, že jej můžeme považovat za adiabatický. Jak se přitom změní teplota plynu pod pístem? Předpokládejte, že trubice má dostatečně velký průřez k tomu, aby jí voda protekla za tak krátkou dobu, během níž můžeme děj plynu považovat za adiabatický.

V okolí nádob je vzduch, který můžeme považovat za ideální dvouatomový plyn, atmosférický tlak je $p_1 = 1,000 \cdot 10^5$ Pa, počáteční teplota je $t_1 = 20$ °C. Ztráty třením a tlak vodních par nad hladinou můžeme zanedbat. Dále počítejte s těmito konstantami: molární plynová konstanta $R = 8,31$ J·mol⁻¹·K⁻¹, hustota vody $\rho = 1000$ kg·m⁻³, tíhové zrychlení $g = 9,81$ m·s⁻². Při řešení použijte vztah pro vnitřní energii ideálního dvouatomového plynu $U = \frac{5}{2}nRT$ a vztah pro práci plynu při izotermickém ději $W = nRT \ln \frac{V_1}{V_2}$.



Obr. 2

4. Suchý led a voda

Pevný oxid uhličitý (suchý led) je při běžném atmosférickém tlaku látkou, která přechází z pevné fáze přímo do fáze plynné. Jeho měrné skupenské teplo sublimace je $l_s = 590$ kJ·kg⁻¹ a teplota sublimace $t_s = -79$ °C. Molární hmotnost oxidu uhličitého je $M_m = 44 \cdot 10^{-3}$ kg·mol⁻¹. Do kalorimetru s $m_1 = 200$ g vody o teplotě $t_1 = 12$ °C vhodíme kousek suchého ledu o hmotnosti $m_2 = 50$ g, který má teplotu $t_s = -79$ °C. Suchý led klesne na dno, dojde k bouřlivé reakci, při které se oxid uhličitý rychle mění v páru. Tepelnou výměnu s okolím a teplo, které přijmou bublinky vzniklého plynu před opuštěním kapaliny, můžeme zanedbat.

- a) Jaký bude stav soustavy v kalorimetru po ustavení rovnováhy?
- b) Jaký objem by zaujal vzniklý plynný oxid uhličitý při tlaku $p_0 = 1,000 \cdot 10^5$ Pa a teplotě $t_0 = 20$ °C?
- c) Jak se změní výsledky, dáme-li do kalorimetru za jinak stejných podmínek $m_1 = 700$ g vody?

Měrná tepelná kapacita vody je $c_v = 4200$ J·kg⁻¹·K⁻¹, měrné skupenské teplo tání

ledu $l_t = 332 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ a molární plynová konstanta $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

5. Potápění ledu

Z mrazáku s teplotou $t = -18^\circ\text{C}$ vyndáme kostku ledu hmotnosti $M = 1,000 \text{ kg}$, uvnitř které zamrzla malá stříbrná lžička o hmotnosti m . Kostku i se zamrzlou lžičkou vhodíme do velké nádoby s vodou o teplotě $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Kostka ledu se nejprve ponoří ke dnu, ale po chvíli zase vypluje k hladině. V jakém intervalu hmotností se nachází hmotnost m stříbrné lžičky?

K řešení použijte následující konstanty: hustota stříbra $\rho_{\text{Ag}} = 10500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, hustota vody $\rho_v = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, hustota ledu $\rho_l = 920 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, měrná tepelná kapacita ledu $c_l = 2100 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_t = 332 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$. Tepelnou kapacitu stříbrné lžičky můžeme při tepelné výměně zanedbat.

6. Praktická úloha: Měření povrchového napětí

Úkol: Porovnejte povrchové napětí destilované vody a vodného roztoku saponátu

- metodou kapilární elevace,
- odtrhovací metodou,
- kapkovou metodou.

Měření proveďte při teplotě laboratoře. Povrchové napětí saponátového roztoku změřte při různých koncentracích (1:10 000, 1:1 000, 1:100) a výsledky porovnejte. Naměřené povrchové napětí čisté vody porovnejte s hodnotou uvedenou v tabulkách.

Pomůcky: Dvě skleněné kádinky, saponátový prostředek na nádobí (např. Jar), destilovaná voda, kapilára, mikrometr, jehla, milimetrové měřítko, laboratorní váhy, stojan, skleněná trubička s nádobkou a kohoutem, závěsný kroužek (nebo kovový rámeček s nataženým drátkem), stoleček nad misku vah.

Provedení úlohy:

- a) *Metoda kapilární elevace* je založena na porovnání tíhy G sloupce kapaliny vystouplé v kapiláře a síly F vyvolané povrchovým napětím, která tento sloupec udržuje v určité výšce nad okolní hladinou (obr. 3):

$$G = \pi r^2 h \rho g, \quad F = 2\pi r \sigma \cos \vartheta.$$

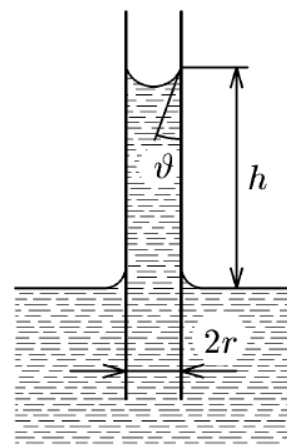
Jelikož úhel smáčení $\vartheta < 10^\circ$, můžeme psát

$$\cos \vartheta \approx 1, \quad F \approx 2\pi r \sigma.$$

Z rovnosti $F = G$ plyne

$$\sigma = \frac{h \rho g r}{2}.$$

Do kádinky naplněné zkoumanou kapalinou ponoříme svisle kapiláru, poněkud ji posuneme nahoru a změříme kapilární elevaci h . Průměr kapiláry $2r$ zjistíme po-



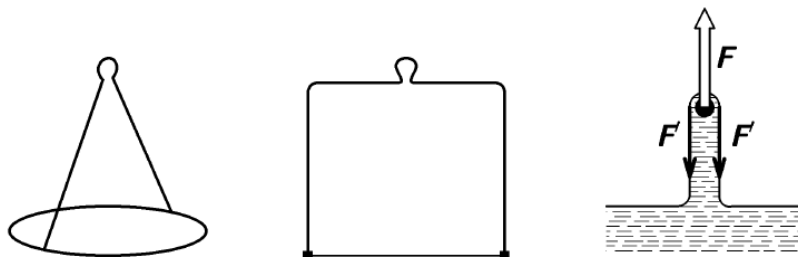
Obr. 3

mocí jehly, kterou zasuneme do kapiláry a v místě označeném při okraji kapiláry změříme mikrometrem.

- b) *Odtrhovací metoda* je založena na zjištění síly potřebné k odtržení povrchové blány ulpívající na kroužku (či rovném drátku) délky l vytažovaného z kapaliny, která jej smáčí (obr. 4). Kapalinová blána má dva povrchy a působí tedy silou

$$F = 2\sigma l,$$

kterou můžeme určit pomocí laboratorních vah.

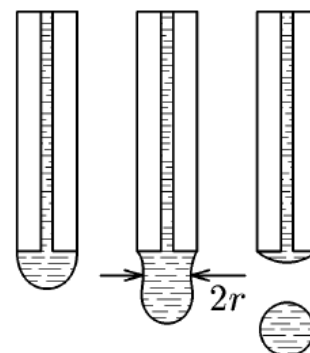


Obr. 4

Nad misku vah umístíme můstek s kádinkou, ve které je zkoumaná kapalina, a na konec vahadla zavěsíme kroužek nebo rámeček s drátkem a vyvážíme jej. Hladinu kapaliny v kádince upravíme tak, aby se nacházela asi 2 mm pod vyváženým kroužkem. Vychýlíme-li vahadlo, hladina zachytí kroužek a rovnováha se poruší. Sílu povrchového napětí určíme tárováním. Na druhou misku vah přidáme lehký kalíšek a na něj sypeme zvolna drobná tělíska (táru), až dojde k odtržení kroužku od hladiny vody nebo k vytažení tenkého kapalinového prstence nad hladinu saponátového roztoku. (Jako tárovací tělíska se hodí např. jáhly nebo hořčičné semínko.) Zvážíme hmotnost m samotného kalíšku s tělísky a určíme povrchové napětí

$$\sigma = \frac{mg}{2l}.$$

- c) *Kapková metoda* měření povrchového napětí spočívá v určení poměru hmotností kapek dvou kapalin (měřené a srovnávací) při znalosti povrchového napětí srovnávací kapaliny. Ze silnostěnné skleněné trubičky necháme *velmi zvolna* odkapat stejný počet N kapek měřené i srovnávací kapaliny. Jejich celkové hmotnosti M_1 , M_2 pak zvážíme.



Obr. 5

Tíhová síla působící na kapku v okamžiku odtržení od konce trubičky je rovna síle povrchového napětí:

$$\frac{M_1 g}{N} = 2\pi r \sigma_1 \quad \frac{M_2 g}{N} = 2\pi r \sigma_2,$$

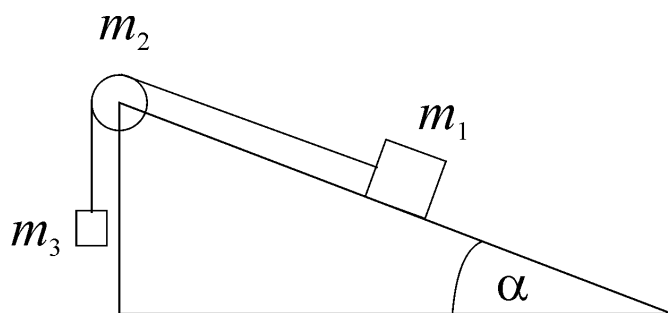
$$\sigma_1 = \frac{M_1}{M_2} \sigma_2.$$

Jako srovnávací kapalinu zvolíme destilovanou vodu.

7. Pohyb těles spojených vlákem

Soustava těles spojených vlákem dle obrázku 6 se pohybuje po nakloněné rovině tak, že těleso o hmotnosti m_1 se pohybuje směrem vzhůru. Součinitel smykového tření mezi tělesem a nakloněnou rovinou je $f = 0,2$. Kladku považujeme za homogenní válec o poloměru $r = 0,1$ m a hmotnosti $m_2 = 0,5$ kg. Hmotnost tělesa na nakloněné rovině je $m_1 = 1,0$ kg, těleso zavěšené na druhém konci vlákna má hmotnost $m_3 = 2,0$ kg. Úhel nakloněné roviny je $\alpha = 30^\circ$. Tíhové zrychlení počítejte $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

- Určete velikost zrychlení soustavy a velikosti tahových sil ve vlákne.
- Tělesa o hmotnostech m_1 a m_3 zaměníme. Kterým směrem se bude soustava pohybovat? Součinitel smykového tření zůstává stejný.



Obr. 6