



Experimentální úloha celostátního kola 66. ročníku FO

Jihlava 2025

Zadání

Z pohybové rovnice popisující kmity fyzického kyvadla kolem vodorovné osy lze při použití lineární aproximace $\sin \varphi \approx \varphi$ odvodit pro úhlovou frekvenci kmitů vztah

$$\omega = \sqrt{\frac{mgx}{J}}, \quad (1)$$

kde m je hmotnost kyvadla, x je vzdálenost osy rotace od těžiště a J je moment setrvačnosti kyvadla vzhledem k ose rotace.

Pokud budeme uvažovat fyzické kyvadlo tvaru tenké homogenní tyče, bude perioda jeho kmitů

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l^2}{12gx} + \frac{x}{g}}, \quad (2)$$

kde l je délka tyče a x je vzdálenost osy rotace od středu tyče.

a) Odvoďte rovnici (2).

Máte k dispozici dřevěnou tyč neznámé délky L a neznámé hmotnosti M . Tyč je rozdělena pomocí otvorů na $n = 22$ stejných úseků a lze ji libovolným otvorem nasunout na vodorovnou kovovou osu upevněnou ve stojanu. Předpokládejme, že tyč je homogenní a dostatečně tenká tak, že pro periodu jejích malých kmitů platí rovnice (2).

- b) Tyč postupně rozkmitujte kolem k -tého otvoru (počítáno od středu, $k = 0$ označuje otvor ve středu tyče), a za pomoci stopek změřte dobu deseti period. Měření proveďte pro $k = 2, 3, \dots, 10$ a výsledky zapište do tabulky v odpovědním archu.
- c) S využitím vztahu (2) vypočítejte pro každou naměřenou hodnotu deseti period odpovídající délku tyče L_k a výsledky doplňte do daného sloupce tabulky v odpovědním archu.

Měření statisticky zpracujte a vyjádřete výslednou délku tyče L včetně relativní chyby. Studentův součinitel pro $N = 9$ měření a 95% hladinu je 2,306.

- d) Funkce periody $T(k)$ v závislosti na otvoru k , kolem kterého tyč kmitá, má v určitém bodě extrém. Spočítejte pro jaké $k = k_{\min}$ (a tomu odpovídající vzdálenost x_{\min} od středu tyče) dosahuje funkce $T(k)$ minima. Určete periodu $T_{\min} = T(k_{\min})$.

- e) Na milimetrovém papíru vytvořte graf závislosti naměřených period $T(k)$ na otvoru k , kolem kterého tyč kmitá. Do grafu zanešte i bod $[k_{\min}, T_{\min}]$ z předchozí úlohy.

K dispozici máte deset šroubů a matic. Šrouby zasuněte do otvorů $k = 1, 2, \dots, 10$ a zajistěte maticemi. Šrouby v otvorech orientujte střídavě na jednu a druhou stranu, tak aby těžiště systému zůstalo v ose tyče.

- f) Tyč doplněnou o šrouby s maticemi rozkmitejte kolem otvoru ve středu tyče a změřte dobu deseti period. Měření opakujte pětkrát. Výsledky zapište do tabulky v odpovědním archu.

Měření statisticky zpracujte a vyjádřete výslednou periodu kmitů T včetně relativní chyby. Studentův součinitel pro $N = 5$ měření a 95% hladinu je 2,776.

- g) Ze známé periody T kmitů tyče se šrouby a maticemi a její délky L spočítejte hmotnost samotné dřevěné tyče M , pokud víte, že hmotnost jednoho šroubu s maticí je $m = 18,8$ g. Šrouby jsou orientované rovnoběžně s osou rotace a můžete je považovat za hmotné body. Na základě zákona šíření chyb (3) vyjádřete odchylku hmotnosti tyče ΔM včetně její relativní hodnoty.

$$\Delta M = \sqrt{\left(\frac{\partial M(L, T)}{\partial L} \Delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial M(L, T)}{\partial T} \Delta T\right)^2}. \quad (3)$$