



Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky
Úlohy krajského kola 66. ročníku FO
kategorie A

1. Zóna ohrožení

Na vodorovném poli stojí chlapec, který střílí z praku malé kamínky na vrány. Rychlost vystřelených kamínek je $v_0 = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- Určete nejmenší vzdálenost od chlapce, ve které mohou vrány sedět na poli, aniž by byly zasaženy kamínky.
- Určete úhel vrhu, aby kamínek proletěl bodem $X[x; y]$.
- Určete nejmenší vodorovnou vzdálenost od chlapce jako funkci výšky h nad zemí, ve které mohou vrány létat, aniž by je kamínky zasáhly.
- Určete poloměr kruhu, do kterého nemohou vrány vletět ve výšce $h = 25 \text{ m}$, aby nebyly ohroženy.

Odpor vzduchu ani výšku chlapce neuvažujte. Tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. Elektrošoky

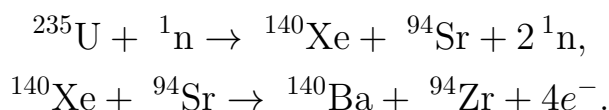
Dvě identické kovové kuličky o poloměru $r = 5,0 \text{ mm}$ a hmotností $m = 4,0 \text{ g}$ jsou zavěšeny na nevodivém stropě na tenkých kovových drátcích o délce $l = 1,0 \text{ m}$ ve vzdálenosti $d = 10 \text{ cm}$. Kuličky jsou v klidu a nemají žádný elektrický náboj.

- Určete periodu T malých kmitů kuliček.
- Na konce drátků připojíme zdroj konstantního napětí U s velkým vnitřním odporem $R = 10^{15} \Omega$. Při jakém minimálním napětí $U = U_{\min}$ se kuličky dotknou?
- Určete čas t_0 , za který napětí mezi kuličkami dosáhne hodnoty U_{\min} , pokud $U = U_0 = 1,0 \cdot 10^6 \text{ V}$.

3. Jaderná elektrárna

V jaderné elektrárně Dukovany jsou v provozu čtyři jaderné tlakovodní reaktory typu VVER 440/V-213. Od března 2025 bude plný tepelný výkon každého reaktoru $P = 1475 \text{ MW}$. Jako palivo využívají oxid uraničitý UO_2 , ve kterém je obsah izotopu ^{235}U $p_1 = 4,73 \%$ (na rozdíl od přírodního uranu, kde je tohoto izotopu jen $0,7 \%$). Zbytek tvoří izotop ^{238}U , který se štěpení neúčastní. Vyhořelé palivové články obsahují $p_2 = 0,84 \%$ izotopu ^{235}U . Energie získaná v reaktoru se využívá k výrobě páry, která pohání turbínu spojené s alternátory na výrobu elektřiny.

- Štěpením jádra ^{235}U pomalým neutronem vznikají různé štěpné produkty a rychlé neutrony. Uvažujme následující přeměny:



Určete energii E_1 , která se uvolní při uvedené dvojici přeměn.

- b) Určete rychlost, kterou se pohybují elektrony vzniklé při následných β -přeměnách produktů štěpení. Jejich kinetická energie je $E_2 = 4,0 \text{ MeV}$. Porovnejte tuto rychlost s rychlostí šíření světla ve vodě (index lomu vody $n = 1,33$).
- c) Primární okruh reaktoru obsahuje 240 m^3 vody. Určete objemový průtok při plném tepelném výkonu reaktoru P , pro teplotní rozdíl vody na vstupu a výstupu reaktoru $\Delta T = 29 \text{ }^\circ\text{C}$. V primárním okruhu má voda hustotu $750 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
- d) Určete počet N rychlých neutronů, které se při plném tepelném výkonu reaktoru P uvolní za jednu sekundu, a hmotnost oxidu uraničitého obsahující izotop ^{235}U , který se spotřebuje v reaktoru za den při plném výkonu. Předpokládejte, že se všechny vzniklé neutrony podílejí na tepelném výkonu reaktoru.
- e) Vypočtete čas t_v , za který by bylo potřeba palivo vyměnit, je-li celková hmotnost palivových článků v reaktoru $M = 42,0 \text{ t}$.

Použijte konstanty $m(^{235}\text{U}) = 235,043 \text{ 93 u}$, $m(^{238}\text{U}) = 238,050 \text{ 79 u}$, $m(^{140}\text{Ba}) = 139,910 \text{ 61 u}$, $m(^{94}\text{Zr}) = 93,906 \text{ 315 u}$, $m(^{16}\text{O}) = 15,994 \text{ 915 u}$, $m_n = 1,008 \text{ 66 u}$. Hmotnost elektronu $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, atomová hmotnostní konstanta $u = 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, rychlost světla ve vakuu $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, měrná tepelná kapacita vody v reaktoru $c_v = 4,987 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

4. Izotermická a adiabatická atmosféra

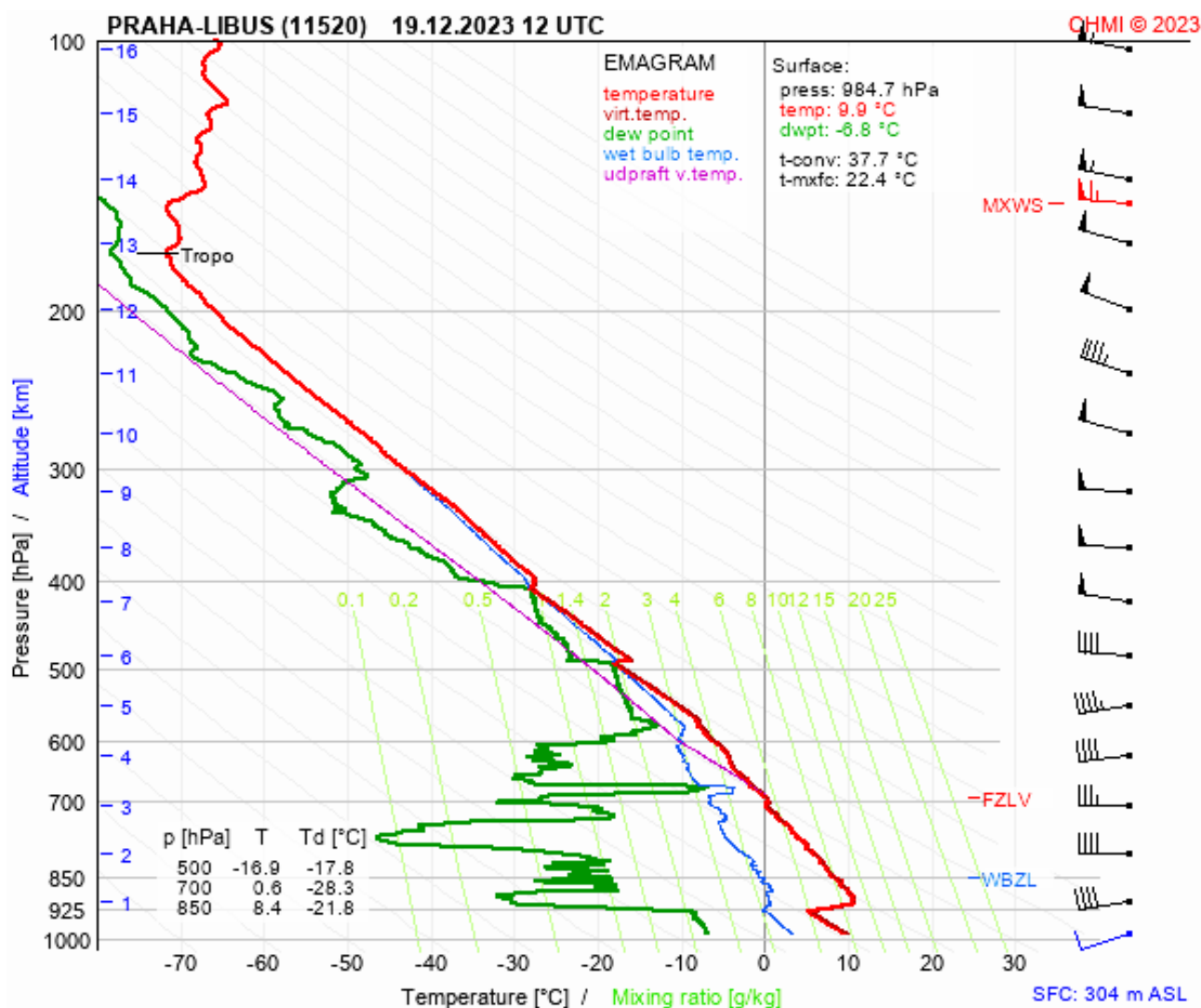
Ve studijním textu jste studovali izotermický model atmosféry a barometrickou formuli. Realističtější modelem je *adiabatická atmosféra*, ve které se částice plynu při vertikálním pohybu ochlazují nebo ohřívají v závislosti na změně tlaku, aniž by docházelo k výměně tepla s okolím. Tento model předpokládá, že atmosférický tlak p , teplota T a hustota ρ plynu se mění podle Poissonova zákona

$$pV^\kappa = \text{konst.}, \text{ kde } \kappa = \frac{c_p}{c_v}.$$

I zde se uplatní klasická hydrostatická rovnováha jako v izotermickém modelu, ale teplota klesá s výškou podle tzv. *adiabatického teplotního gradientu*.

- a) Využijte Boyleův-Mariottův zákon (vyjádřený např. jako $\frac{p}{\rho} = \text{konst.}$), stavovou rovnici ideálního plynu a hydrostatickou rovnováhu k odvození barometrické rovnice pro závislost tlaku na výšce v izotermické atmosféře.
- b) Najděte efektivní výšku izotermické atmosféry H_T , kde tlak $p(H_T)$ klesne na 1 % původní hodnoty. Teplota při zemi je $t_0 = 27 \text{ }^\circ\text{C}$, molární hmotnost vzduchu $M = 0,029 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$.
- c) Odvoďte rovnici adiabatického teplotního gradientu a závislosti teploty na výšce. Napište zákon zachování energie pro jeden mol plynu při adiabatickém ději, kdy se vzduch pohybuje v tíhovém poli Země. Součet $U + pV$ se nazývá entalpie a pro jeden mol plynu platí $\Delta(U + pV) = c_p \Delta T$. Pro vzduch $c_p = \frac{7}{2}R$.
- d) Odvoďte výšku H_a adiabatické zemské atmosféry pro podmínku $T = 0 \text{ K}$.
- e) Na základě přiloženého grafu určete výšku h_0 spodní vrstvy mraků a vysvětlete, proč mraky vzniknou právě v této výšce.

Graf k úloze Izotermická a adiabatická atmosféra



Grafy na obrázku byly získány z aerologického měření, které každý den provádí Český hydrometeorologický ústav pomocí balonových sond. Pro Vaše účely je důležitá červená křivka (teplota vzduchu) a zelená křivka (teplota rosného bodu). Levé modrá stupnice určuje výšku v kilometrech, kde byly dané údaje zaznamenány.