

Řešení úloh okresního kola 65. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2023/2024

Kategorie F

FO65F2-1: Kolona automobilů

J. Thomas

- a) Délka kolony L_1 je tvořena n vozidly o délce l_1 a $n - 1$ mezerami o délce s , tj.

$$L_1 = nl_1 + (n - 1)s = 10 \cdot 5 \text{ m} + (10 - 1) \cdot 25 \text{ m} = 275 \text{ m}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- b) Kolem dopravní značky projede kolona rychlostí $v = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$ za dobu

$$t_1 = \frac{L_1}{v} = \frac{275 \text{ m}}{15 \text{ m/s}} \doteq 18,333 \text{ s} \doteq 18 \text{ s}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- c) Při předjíždění ujedeme rychlostí $v_1 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$ za čas t_2 vzdálenost rovnou délce kolony L_1 zvětšenou o odstupy při předjíždění $d_1 = 20 \text{ m}$, $s_1 = 25 \text{ m}$ a vzdálenost, kterou ujede kolona vt_2 . Platí

$$v_1 t_2 = L_1 + d_1 + s_1 + vt_2.$$

Odtud

$$t_2 = \frac{L_1 + d_1 + s_1}{v_1 - v} = \frac{275 \text{ m} + 20 \text{ m} + 25 \text{ m}}{25 \text{ m/s} - 15 \text{ m/s}} = 32 \text{ s}. \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

- d) Díky reakční době $t = 1,5 \text{ s}$ se mezery mezi vozy kolony zkrátí o vzdálenost vt , oproti části a) se délka kolony změní na

$$L_2 = nl_1 + (n - 1)(s - vt) = 10 \cdot 5 \text{ m} + (10 - 1) \cdot (25 \text{ m} - 15 \text{ m/s} \cdot 1,5 \text{ s}) = 72,5 \text{ m} \doteq 73 \text{ m}.$$

3 body

FO65F2-2: Na stavbě

L. Konrád (FO SR)

- a) Velikost síly F , kterou musí dělník otáček klikou určíme z rovnováhy momentů sil. Při označení veličin podle zadání můžeme psát (pro hřídel musíme vzít poloměr $r_1 = d_1/2 = 7,5 \text{ cm}$)

$$rF = mg \frac{d_1}{2},$$

odkud vyjádříme

$$F = \frac{mgd_1}{2r} = \frac{80 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 0,15 \text{ m}}{2 \cdot 0,055 \text{ m}} \doteq 106,91 \text{ N} \doteq 110 \text{ N}. \quad \mathbf{5 \text{ bodů}}$$

- b) Minimální vykonaná práce odpovídá zvýšení polohové energie plošiny s cihlami po vytažení do výšky h

$$W = mgh = 80 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} \cdot 14 \text{ m} = 10976 \text{ J} \doteq 11 \text{ kJ}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

- c) Počet otáček potřebných na vytažení plošiny je dán podílem výšky h a obvodu hřídele o průměru d_1 , tj.

$$n = \frac{h}{\pi d_1} = \frac{14 \text{ m}}{\pi \cdot 0,15 \text{ m}} \doteq 29,709 \doteq 30 \text{ otáček}. \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

- d) Pokud chceme pouze poloviční počet otáček, musíme zvětšit průměr hřídele na dvojnásobek, takže

$$d_2 = 2d_1 = 2 \cdot 15 \text{ cm} = 30 \text{ cm}. \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

FO65F2-3: Eskymácký lov*E. Konrád (FO SR)*a) Pro objem kry V_k a její hmotnost m_k dostáváme

$$V_k = abh = 2,0 \text{ m} \cdot 4,0 \text{ m} \cdot 0,25 \text{ m} = 2,0 \text{ m}^3,$$

$$m_k = \rho_2 V_k = 910 \text{ kg/m}^3 \cdot 2,0 \text{ m}^3 = 1820 \text{ kg}.$$

Jestliže kra plove na hladině vody a je ponořená do hloubky h_1 , má podmínka rovnováhy mezi tíhovou a vztlakovou silou tvar

$$m_k g = \rho_2 abh g = \rho_1 abh_1 g,$$

odkud výška části kry pod hladinou vody vychází

$$h_1 = h \frac{\rho_2}{\rho_1} = 0,25 \text{ m} \cdot \frac{910 \text{ kg/m}^3}{1030 \text{ kg/m}^3} \doteq 0,22087 \text{ m} \doteq 22 \text{ cm}. \quad \mathbf{4 \text{ body}}$$

b) Jestliže se na kru postaví lovec s hmotností m , bude kra ponořená do hloubky h_2 a podmínka rovnováhy má tvar

$$(m_k + m) g = \rho_1 abh_2 g,$$

odkud

$$h_2 = \frac{m_k + m}{\rho_1 ab} = \frac{1820 \text{ kg} + 60 \text{ kg}}{1030 \text{ kg/m}^3 \cdot 2,0 \text{ m} \cdot 4,0 \text{ m}} \doteq 0,22816 \text{ m} \doteq 23 \text{ cm}. \quad \mathbf{3 \text{ body}}$$

c) Když se na kru postaví n lovců s průměrnou hmotností m a horní část kry se bude nacházet na úrovni hladiny vody, má podmínka rovnováhy tvar

$$(m_k + nm) g = (\rho_2 V_k + nm) g = \rho_1 V_k g,$$

odkud

$$n = \frac{(\rho_1 - \rho_2) V_k}{m} = \frac{(1030 \text{ kg/m}^3 - 910 \text{ kg/m}^3) \cdot 2,0 \text{ m}^3}{60 \text{ kg}} = 4.$$

Na kru se mohou postavit 4 lovci.

3 body.

FO65F2-4: Cyklista se pohybuje*I. Volf*a) Odporová síla $F_o = 0,32v^2$. Je-jí velikost pro Petra vychází

$$F_{o1} = kv_1^2 = 0,32 \cdot (5 \text{ m/s})^2 = 8,0 \text{ N}$$

a pro Pavla

$$F_{o2} = kv_2^2 = 0,32 \cdot (10 \text{ m/s})^2 = 32 \text{ N.}$$

2 bodyb) Práce cyklisty na dráze $s = 10 \text{ km} = 10\,000 \text{ m}$ vychází pro Petra

$$W_1 = F_{o1}s = 8,0 \text{ N} \cdot 10\,000 \text{ m} = 80 \text{ kJ}$$

a pro Pavla

$$W_2 = F_{o2}s = 32 \text{ N} \cdot 10\,000 \text{ m} = 320 \text{ kJ.}$$

2 bodyc) Výkon cyklisty $P = F_o v = kv^3$. Výkon P pro Petra bude

$$P_1 = kv_1^3 = 0,32 \cdot (5 \text{ m/s})^3 = 40 \text{ W,}$$

pro Pavla

$$P_2 = kv_2^3 = 0,32 \cdot (10 \text{ m/s})^3 = 320 \text{ W.}$$

3 body

d) Pro celkový čas Patrika dostáváme

$$t = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} = \frac{10\,000 \text{ m}}{5 \text{ m/s}} + \frac{10\,000 \text{ m}}{10 \text{ m/s}} = 1\,500 \text{ s} = 25 \text{ min} \doteq 0,42 \text{ h.}$$

3 body