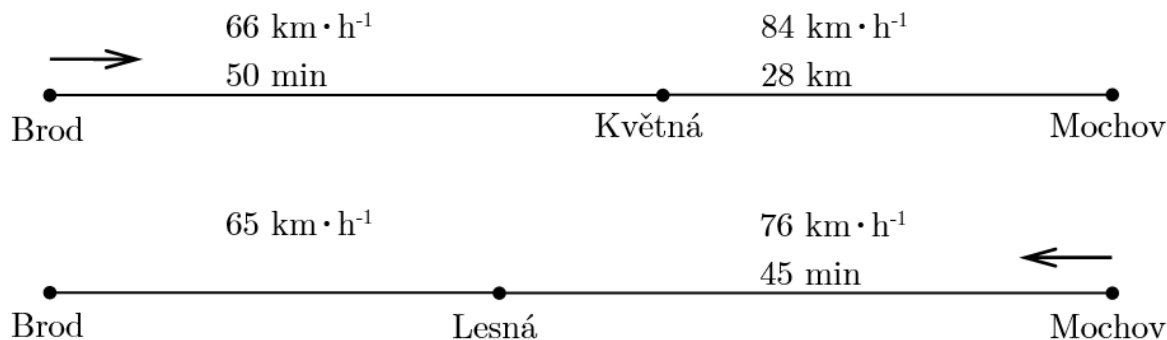


Řešení úloh krajského kola 63. ročníku fyzikální olympiády

Kategorie D

Úlohy navrhl J. Jírů

1. Pro přehlednost je vhodné nakreslit schéma, přičemž není nutné brát ohled na pořadí obcí Květná a Lesná:



Obr. R1

- a) Dráha z Brodu do Květné je

$$s_{BK} = 66 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \frac{50}{60} \text{ h} = 55 \text{ km}.$$

Doba jízdy z Květné do Mochova je

$$t_{KM} = \frac{28 \text{ km}}{84 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} = \frac{1}{3} \text{ h} = 20 \text{ min}.$$

Celková doba jízdy z Brodu do Mochova je

$$t_{BM} = t_{BK} + t_{KM} = 50 \text{ min} + 20 \text{ min} = 70 \text{ min}.$$

Celková dráha z Brodu do Mochova je

$$s_{BM} = s_{BK} + s_{KM} = 55 \text{ km} + 28 \text{ km} = 83 \text{ km}.$$

4 body

Dráha z Mochova do Lesné je

$$s_{ML} = 76 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \frac{45}{60} \text{ h} = 57 \text{ km}.$$

Dráha z Lesné do Brodu je

$$s_{LB} = s_{BM} - s_{ML} = 83 \text{ km} - 57 \text{ km} = 26 \text{ km}.$$

Doba jízdy z Lesné do Brodu je

$$t_{LB} = \frac{26 \text{ km}}{65 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} = \frac{2}{5} \text{ h} = 24 \text{ min}.$$

Celková doba jízdy z Mochova do Brodu je

$$t_{MB} = t_{ML} + t_{LB} = 45 \text{ min} + 24 \text{ min} = 69 \text{ min}.$$

Z porovnání $t_{MB} < t_{BM}$ plyne, že rychleji zvládnul odpolední cestu z Mochova do Brodu.

4 body

Poznámka: Všechny výpočty jsou provedeny bez zaokrouhlení. Případný postup přes porovnání aritmetického průměru rychlostí ráno s aritmetickým průměrem rychlostí odpoledne vede k opačnému závěru, který je chybný. Průměrná rychlost je aritmetickým průměrem jednotlivých rychlostí pouze při stejných časech.

- b) Podle předchozího je vzdálenost z Brodu do Květné 55 km a z Brodu do Lesné 26 km. Z toho plyne, že vzdálenost mezi Květnou a Lesnou je $55 \text{ km} - 26 \text{ km} = 29 \text{ km}$. **2 body**

2. a) Velikost třecí síly je

$$F_t = fmg = 147 \text{ N}.$$

Jelikož Jan působí menší silou, nedokáže bednu uvést do pohybu. **1 bod**
Ve zbývajících případech se bedna do pohybu uvede, velikost její konečné rychlosti je

$$v = at = \frac{F - F_t}{m}t = \frac{F - fmg}{m}t.$$

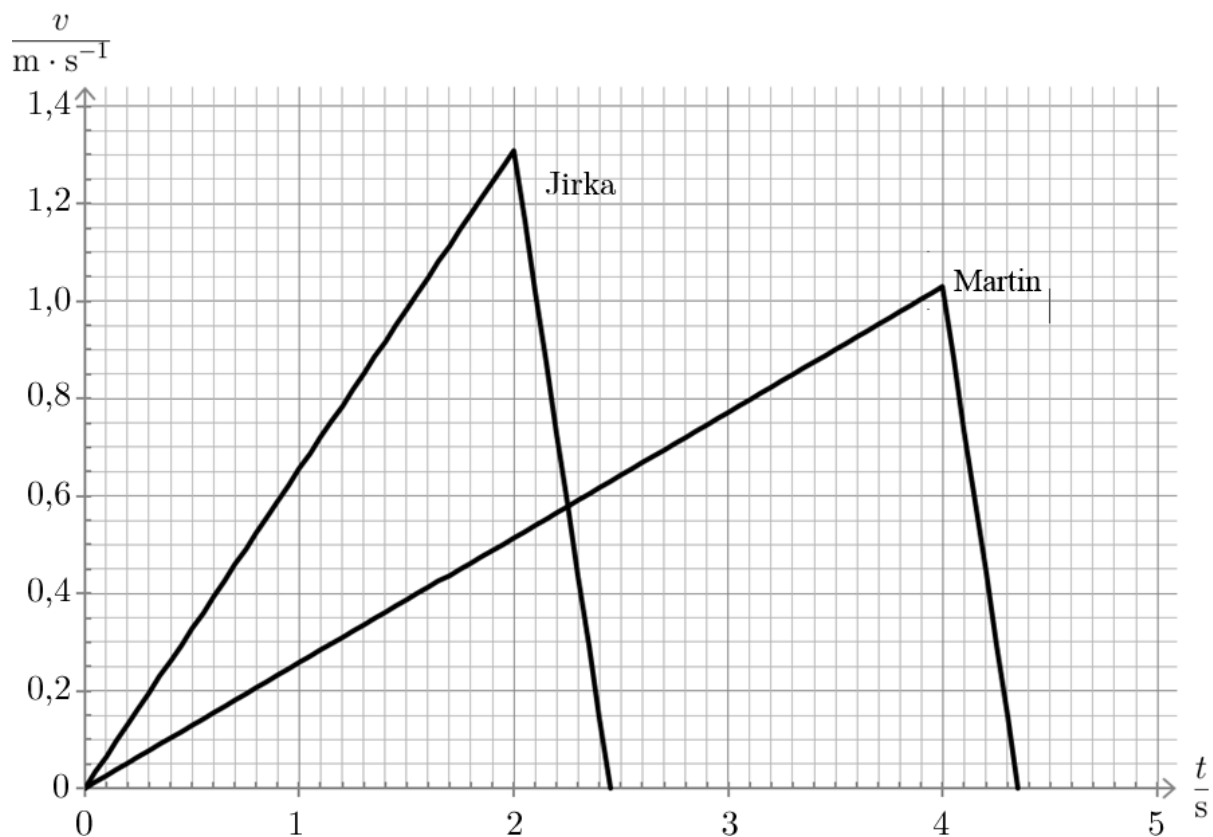
Martin dosáhne konečné rychlosti o velikosti $v_2 = 1,03 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, Jirka $v_3 = 1,31 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. **2 body**

Po uvolnění se bedna bude pohybovat rovnoměrně zpomaleným pohybem po dobu

$$t' = \frac{v}{a'} = \frac{v}{\frac{F_t}{m}} = \frac{mv}{F_t} = \frac{mv}{fmg} = \frac{v}{fg}.$$

Po Martinově působení bude doba zastavování $t'_2 = 0,35 \text{ s}$, po Jirkově působení $t'_3 = 0,45 \text{ s}$. **2 body**

Sestrojíme grafy:



Obr. R2

3 body

- b) Hledaná vzdálenost je určena obsahem plochy pod grafem. V obou případech plochu tvoří trojúhelník. Martin posune bednu do vzdálenosti

$$d_2 = \frac{4,35 \text{ s} \cdot 1,03 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2} = 2,2 \text{ m},$$

Jirka do vzdálenosti

$$d_3 = \frac{2,45 \text{ s} \cdot 1,31 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2} = 1,6 \text{ m}.$$

2 body

3. a) Z rovnic pro rovnoměrně zrychlený pohyb z klidu $v = at$, $s = \frac{1}{2}at^2$ dostaneme

$$t = \frac{2s}{v} = 47 \text{ s}.$$

2 body

Stálá tahová síla o velikosti F působící na letadlo po vzletové dráze vykoná práci W rovnou získané kinetické energii E_k letadla:

$$F = \frac{W}{s} = \frac{E_k}{s} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{s} = \frac{mv^2}{2s} = 140 \text{ kN}.$$

2 body

Průměrný výkon získáme z předchozích vztahů

$$P = \frac{W}{t} = \frac{E_k}{t} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{2s}{v}} = \frac{mv^3}{4s} = 6,2 \text{ MW}.$$

2 body

- b) Do předchozího výsledného vztahu pro velikost síly

$$F = \frac{mv^2}{2s}$$

dosadíme $F = F_{\max}$ a $s = s_{\min}$. Dráhu vyjádříme

$$s_{\min} = \frac{mv^2}{2F_{\max}} = 1\,200 \text{ m}.$$

2 body

Do předchozího výsledného vztahu pro čas

$$t = \frac{2s}{v}$$

dosadíme $t = t_{\min}$ a $s = s_{\min} = \frac{mv^2}{2F_{\max}}$:

$$t_{\min} = \frac{2s_{\min}}{v} = \frac{2 \cdot \frac{mv^2}{2F_{\max}}}{v} = \frac{mv}{F_{\max}} = 27 \text{ s}.$$

2 body

4. a) Označme m hmotnost klíčů. Ze zákona zachování mechanické energie

$$mgh_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

plyne

$$v_2 = \sqrt{2gh_2} = 7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

2 body

b) Kinetická energie klíčů při dopadu do rukou Karla je rovna součtu kinetické energie klíčů udělené Karlem při hodu zpět a potenciální energie klíčů v poloze Moniky vzhledem k poloze Lenky:

$$\frac{1}{2}mv_d^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_2.$$

Z rovnice plyne

$$v_d = \sqrt{v_1^2 + 2gh_2} = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

3 body

c) Doba letu při prvním hodu je

$$t_1 = \frac{v_1}{g} = 0,97 \text{ s}$$

1 bod

Dobu letu při druhém hodu dostaneme z rovnice

$$h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = 0,77 \text{ s}.$$

2 body

Celkovou dobu letu určíme pomocí rychlosti dopadu:

$$t = \frac{v_d}{g} = \frac{\sqrt{v_1^2 + 2gh_2}}{g} = 1,2 \text{ s}.$$

2 body