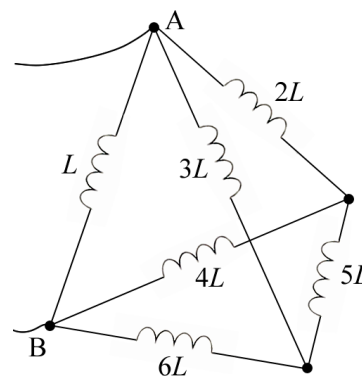




Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky
Úlohy celostátního kola 62. ročníku FO
kategorie A

1. Čtyřstěn s cívkami

Šest ideálních cívek je spojeno tak, že tvoří hrany čtyřstěnu (obr. 1). K cívce o vlastní indukčnosti $L = 2 \text{ mH}$, zapojené mezi body A a B, připojíme ideální zdroj s elektromotorickým napětím $U_e = 4,5 \text{ V}$; v sérii se zdrojem pak rezistor o odporu $R = 100 \Omega$, miliampérmetr se zanedbatelným vnitřním odporem a klíč, který je rozepnutý. Vzájemná indukčnost cívek je zanedbatelná.



Obr. 1

- Připojíme-li sériově zapojený rezistor o odporu R a cívku o indukčnosti L k ideálnímu zdroji stejnosměrného napětí, platí pro závislost proudu na čase od sepnutí obvodu $I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$. Odvoďte tento vztah.
- Jaký proud ukáže miliampérmetr 30 s po zapnutí klíče v našem schématu?
- Jaký proud protéká každou z cívek v okamžiku, kdy miliampérmetr ukazuje proud $I_A = 34,5 \text{ mA}$?

2. Měření rychlosti radarem

Na přímé silnici jede řidič stálou rychlostí v a za ním jede policejní auto stálou rychlostí u . Policejní auto je vybaveno radarem, který směrem k autu před ním vysílá elektromagnetické vlny o frekvenci f_0 a současně registruje odražené vlny. Rychlosti obou aut jsou v porovnání s rychlostí c šíření elektromagnetických vln zanedbatelné.

- a) Určete frekvenci f_1 , s jakou se vlny odrážejí od sledovaného auta, a frekvenci f_2 , s níž jsou tyto vlny registrovány radarem v policejním autě. Ukažte, že relativní změna frekvence $|f_0 - f_2|/f_0$ radarem vysílaných a přijímaných vln je v přiblížení do prvního řádu veličin v/c a u/c přímo úměrná rozdílu rychlostí $|v - u|$.
- b) Reálné měření rychlosti vychází z toho, že při skládání dvou vlnění o blízkých frekvencích vznikají rázy, z jejichž periody lze určit relativní rychlost aut $|v - u|$. Určete periodu rázů T_r jako funkci relativní rychlosti vozidel nejprve obecně, poté pro číselné hodnoty $f_0 = 1,50$ GHz a $|v - u| = 10$ km \cdot h $^{-1}$.

Úlohu řešte bez použití relativistických vztahů. Obdržené výrazy upravte tak, aby s přesností do prvního řádu byly lineární v proměnných v/c a u/c . Pro malé veličiny x , $|x| \ll 1$, platí s přesností do prvního řádu v x vztah $(1 + x)^s \approx 1 + sx$, kde s je reálné číslo. Je možné využít vzorec $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$ nebo $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$.

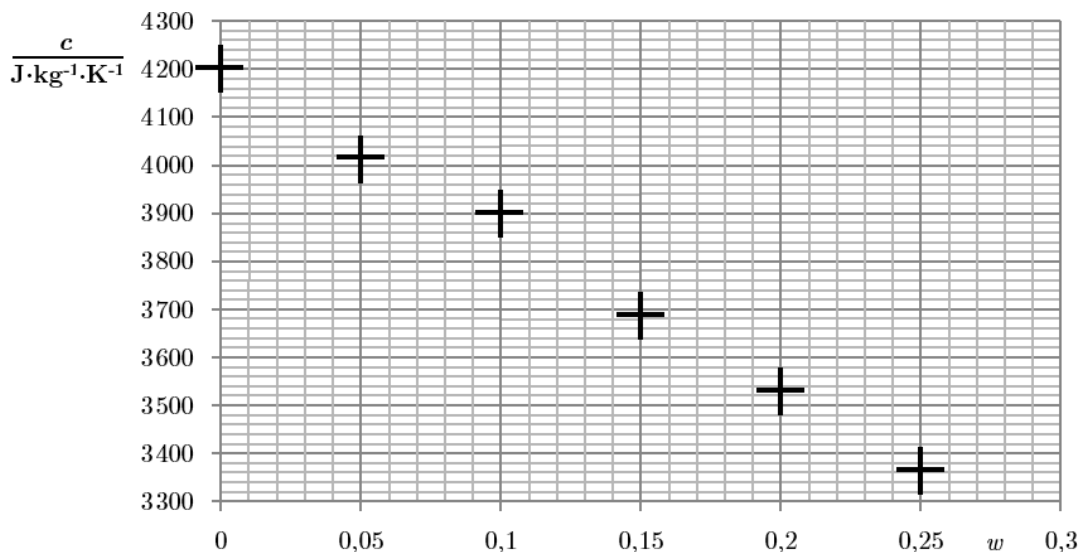
3. Rozpouštění soli

Vhodíme-li do vroucí vody trochu kuchyňské soli, voda na chvíli přestane vařit.

- a) Určete, k jakému snížení teploty dojde pouze tepelnou výměnou, uvážíme-li, že sůl má před vhozením do vody pokojovou teplotu. Podle směšovacího pravidla je tepelná kapacita směsi rovna součtu tepelných kapacit jednotlivých složek.

K určení měrné tepelné kapacity c_s chloridu sodného využijte experimentem získaný graf závislosti měrné tepelné kapacity c solného roztoku na jeho koncentraci w .

Koncentraci definujeme jako podíl $w = \frac{m_s}{m_{\text{roztoku}}}$, kde m_s je hmotnost soli.



Obr. 2

- b) Určete, k jakému snížení teploty dojde, uvážíme-li, že na samotné rozpouštění soli je potřeba dodat rozpouštěcí teplo q .

Závislost rozpouštěcího tepla soli q na hmotnosti soli m_s připadající na 1 kg vody při teplotách blízkých teplotě varu vody je v tabulce:

$\frac{m_s}{g}$	10	50	100	200	350
$\frac{q}{\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}$	72,3	66,2	57,3	42,5	32,2

- c) S využitím přiložené tabulky závislosti bodu varu na koncentraci soli ukažte, že zvýšení bodu varu vody je úměrné podílu hmotnosti soli a hmotnosti vody $\Delta t = \frac{km_s}{m_v}$ a určete zvýšení bodu varu vody.

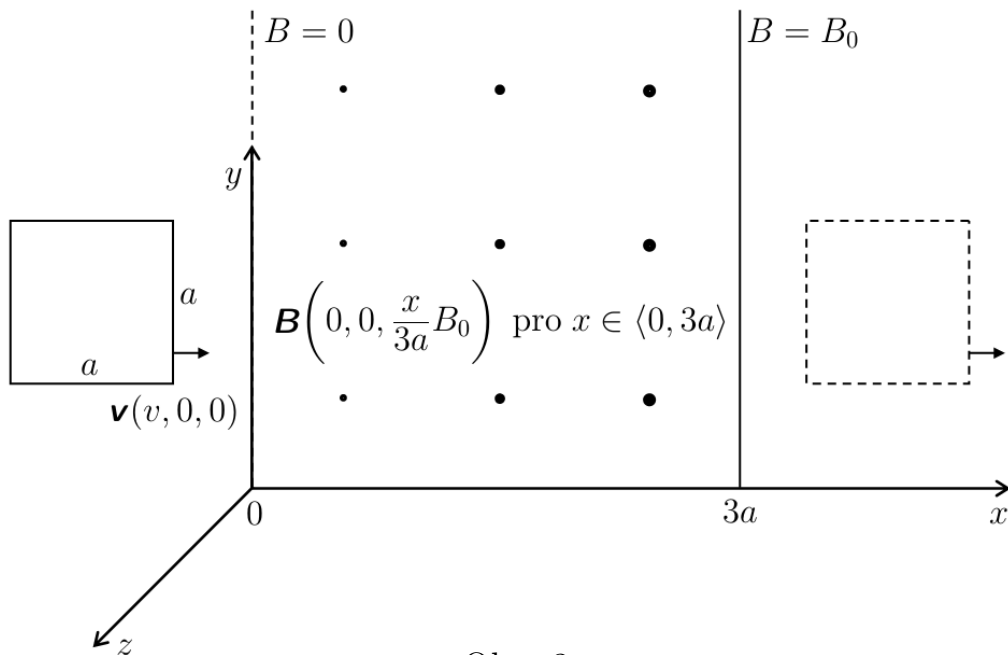
$\frac{w}{\%}$	0	5	10	15	20	25
$\frac{t_v}{^\circ\text{C}}$	100	100,5	101,0	101,6	102,2	102,9

- d) Při uvážení všech tří jevů vypočítejte, za jak dlouho bude voda znovu vařit, jestliže zahřátí 1 kg čisté vody z teploty $t = 20$ °C na teplotu varu $t_v = 100$ °C za stejných podmínek trvalo 6 minut.

Měrná tepelná kapacita vody $c_v = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Počáteční teplota soli $t = 20$ °C. Hmotnost vody $m_v = 1,0 \text{ kg}$, hmotnost soli $\alpha) m_{s1} = 25 \text{ g}$, $\beta) m_{s2} = 250 \text{ g}$.

4. Rámeček tažený magnetickým polem

V rovinné vrstvě tloušťky $3a$ orientované kolmo k ose x se nachází magnetické pole, jehož magnetická indukce má směr osy z a velikost přímo úměrnou souřadnici x s maximem B_0 pro $x = 3a$. Všude vně této vrstvy je magnetická indukce nulová. Vodič o celkovém odporu R je vytvarován do čtvercového rámečku s délkou strany a . Čtvercový rámeček se nachází v rovině xy mimo magnetické pole vlevo od vrstvy a jeho strany jsou rovnoběžné s osami x a y . Rámeček rovnoměrně posouváme ve směru osy x magnetickým polem stálou rychlostí o velikosti v , dokud se celý neocitne opět mimo magnetické pole.



Obr. 3

- Sestrojte graf závislosti proudu v rámečku na poloze určené souřadnicí x pravé strany rámečku, tj. pro $x \in \langle 0; 4a \rangle$.
- Určete celkovou práci nutnou k rovnoměrnému posunutí rámečku skrz magnetické pole.
- Určete elektrický náboj, který během pohybu rámečku magnetickým polem projde s rozlišením směru daným průřezem vodiče.