

Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Teoretické úlohy celostátního kola 59. ročníku FO

JABLONEC NAD NISOU 2018

1. Sonda Curiosity

V srpnu 2012 přistála na Marsu sonda se samostatně se pohybujícím vozítkem Curiosity, sloužícím k průzkumu povrchu Marsu. K pohonu vozítka slouží radioizotopový generátor, založený na radioaktivním α -rozpadu ${}^{238}_{94}\text{Pu}$. Teplo uvolněné při rozpadu je pomocí termočlánků s účinností 6,0 % převáděno na elektrickou energii.

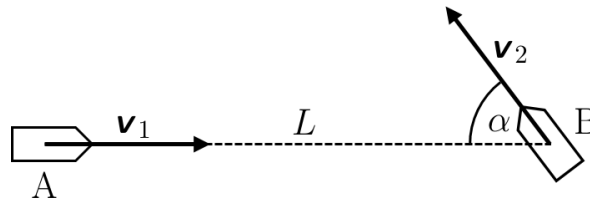
- Zapište rovnici α -rozpadu ${}^{238}_{94}\text{Pu}$ a určete teplo Q uvolněné při jednom rozpadu. Předpokládejme, že se veškerá energie uvolní ve formě tepla.
- Jaká musí být počáteční hmotnost ${}^{238}_{94}\text{Pu}$, je-li počáteční tepelný výkon P_0 plánován na 2,00 kW?
- Na kolik % původní aktivity klesla aktivita generátoru za dobu oběhu Marsu kolem Slunce (687 dní)?
- Pro práci vozítka je potřeba elektrický výkon okolo 0,10 kW. Vypočítejte, jak dlouho po přistání bude vozítko ještě moci pracovat.
- Součástí vybavení vozítka jsou i pulzní laser a spektrometr. Laser vysílá impulsy o délce trvání $\tau = 5,0$ ns o vlnové délce $\lambda = 1067$ nm. Každý impuls přenáší energii $E_1 = 3,0 \cdot 10^{-2}$ J. V místě dopadu záření se materiál odpaří a jeho složení je zjišťováno spektrometrem. Určete výkon jednoho světelného pulsu a počet fotonů v něm obsažených.

Řešte nejdříve obecně a pak pro zadané číselné hodnoty.

Poločas rozpadu ${}^{238}_{94}\text{Pu}$ $T = 87,7$ let, klidové hmotnosti částic jsou: $m({}^{238}_{94}\text{Pu}) = 238,049\,553 m_u$, $m({}^4_2\text{He}) = 4,002\,602 m_u$, $m({}^{234}_{92}\text{U}) = 234,040\,952 m_u$; atomová hmotnostní konstanta $m_u = 1,660\,54 \cdot 10^{-27}$ kg.

2. Míjení lodí

Dvě lodi A a B se pohybují rychlostí o stejné velikosti $v_1 = v_2 = v$ vzhledem k vodě. V určitém okamžiku plavby je mezi nimi vzdálenost L a úhel mezi přímkami, na kterých leží jejich trajektorie, je $\alpha = 60^\circ$ (obr. 1).



Obr. 1

- Jaká bude nejmenší vzdálenost lodí při jejich plavbě?
- Kapitán lodi B chce poslat kapitánu lodi A zásilku. Spustí tedy člun, který se pohybuje rychlostí o velikosti $u = v$. Za jakou nejkratší dobu může člun absolvovat plavbu od lodi B k lodi A?
- Vzhledem k vysokým vlnám je rychlost člunu $u < v$. Jak dlouho může kapitán lodi B váhat se spouštěním člunu od situace na obrázku 1, má-li člun loď A vůbec dostihnout?
- Kapitán lodi B chce poslat kapitánu lodi A vzkaz pomocí pneumatické pušky. Jakou nejmenší počáteční rychlost musí mít náboj se vzkazem, aby zasáhl palubu lodi A? Rychlost náboje je mnohem větší než rychlost lodí. Odpor vzduchu zanedbáme.

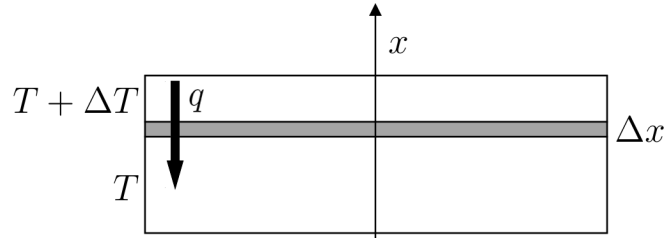
3. Přenos náboje

Dvě stejné vodivé koule A a B s poloměrem R nesou každá náboj stejného znaménka Q_{A0} a Q_{B0} . Náboj budeme přenášet pomocí malé, vodivé, zprvu nenabitě kuličky s poloměrem r tak, že se nejprve dotkneme koule A, pak koule B a pak zase koule A. Označme Q_{Ak} a Q_{Bk} náboje koulí po k -tém přenosu. Jedním přenosem rozumíme dotyk koule B nabitou kuličkou a následný dotyk koule A

- a) Necht' se na kouli s poloměrem R nachází náboj Q . Po dotyku bude na malé kuličce s poloměrem r náboj $q = \gamma Q$. Určete obecně součinitel γ , který budeme dále považovat za známý.
- b) Určete náboje koulí Q_{Ak} a Q_{Bk} po k -tém přenosu náboje. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $Q_{A0} = 10,0$ nC, $Q_{B0} = 1,0$ nC, $\gamma = 0,02$ a $k = 10$. Velikost přenášeného náboje je při daném součiniteli γ v porovnání s velikostí náboje koulí zanedbatelná.
- c) Určete, kolikrát bude třeba přenos náboje opakovat, je-li součinitel $\gamma = 0,02$ a poměr $\frac{Q_{A0}}{Q_{B0}} = 10$, aby konečný rozdíl nábojů koulí $(Q_{Ak} - Q_{Bk})$ nebyl větší, než 1 % součtu $(Q_{A0} + Q_{B0})$.

4. Zamrzání jezera

Předpokládejme, že ve vrstvě látky teplota závisí pouze na souřadnici x . Jestliže udržujeme protilehlé plochy vrstvy homogenní a izotropní látky na různých teplotách s teplotním rozdílem ΔT , pak vrstvou tloušťky Δx prochází ve směru poklesu teploty tepelný tok. Hustota tepelného toku je $q = \frac{Q}{S\tau} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$, kde Q je teplo prošlé za čas τ plochou o obsahu S a λ je součinitel tepelné vodivosti látky.



Obr. 2

Hustota vody $\rho_0 = 1,00 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, hustota ledu $\rho_l = 0,90 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, teplota tání ledu $t_0 = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_t = 3,3 \cdot 10^5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$, měrná tepelná kapacita vody $c_0 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrná tepelná kapacita ledu $c_l = 2,1 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, součinitel tepelné vodivosti vody $\lambda_0 = 0,63 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, součinitel tepelné vodivosti ledu $\lambda_l = 2,2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

- Jak závisí teplota uvnitř desky o tloušťce h , jejíž stěny jsou udržovány na stálých teplotách T_1 a T_2 , na vzdálenosti x od jejího chladnějšího okraje? Platí $T_1 < T_2$.
- Ledový hranol má tloušťku $h = 30 \text{ cm}$ a teplotu $t_1 = -15 \text{ }^\circ\text{C}$. Hranol položíme na masivní kovovou podložku, jejíž teplota je udržována na hodnotě $t_2 = -5 \text{ }^\circ\text{C}$. Teplota okolí ledu je rovněž t_1 . Jak dlouhou dobu τ_0 bude trvat vytvoření stálého rozložení teplot uvnitř ledového hranolu? Můžeme předpokládat, že k přenosu energie mezi deskou a ledem dochází stejně jako při již vytvořeném stavu tepelné rovnováhy. Únik tepla bočními stěnami hranolu je zanedbatelný.
- Teplota nad klidnou hladinou jezera klesla na hodnotu $t_3 = -10 \text{ }^\circ\text{C}$ a zůstává stálá. Teplota vody v jezeře je stálá a je rovna $t_0 = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$. Jak dlouhou dobu τ_1 bude trvat vytvoření ledové vrstvy na hladině jezera, která bude mít tloušťku $h = 30 \text{ cm}$?
- Na hladině jezera je vrstva ledu o tloušťce $h_0 = 30 \text{ cm}$. Teplota okolního vzduchu stoupla na hodnotu $t_4 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$ a zůstává stálá. Jak dlouhou dobu τ_2 bude trvat, než led roztaje? Předpokládejte, že všechna voda vzniklá táním ledu zůstává nad ledem.