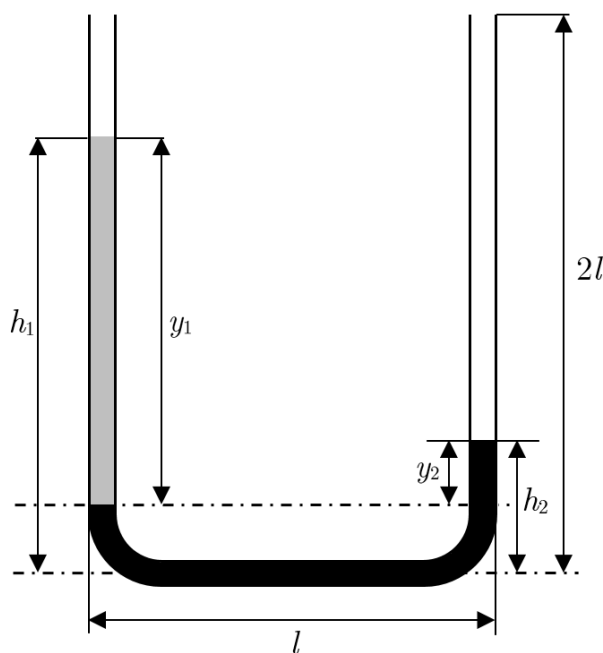


Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky
Úlohy krajského kola 59. ročníku FO
kategorie A

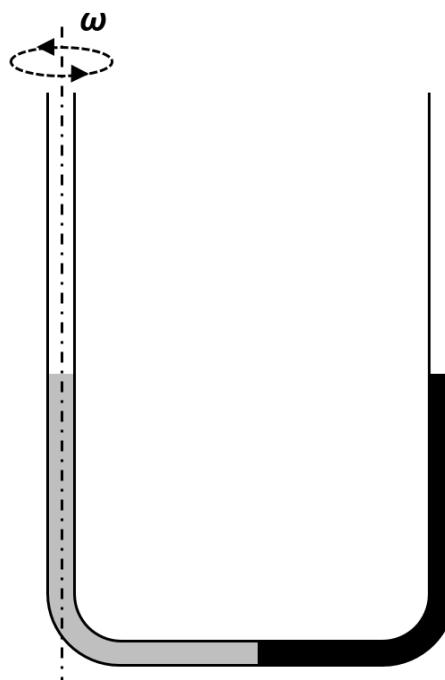
1. Rotující U-trubice

Do tenké skleněné U-trubice o délce základny l a s rameny o délce $2l$ nalijeme nejprve rtuť tak, že hladina rtuti sahá v každém rameni do výšky $\frac{l}{4}$. Pak do levého ramene nalijeme stejný objem vody.

- a) V jaké výšce h_1 nad základnou bude hladina vody a v jaké výšce h_2 nad základnou bude hladina rtuti? (obr.1)



Obr. 1



Obr. 2

- b) Jakou úhlovou rychlostí ω_1 musí U-trubice rotovat kolem osy procházející levým ramenem, aby se hladiny vody a rtuti nacházely ve stejné výšce nad základnou? (obr. 2)
- c) Jakou úhlovou rychlostí ω_2 musí U-trubice rotovat kolem osy procházející levým ramenem, aby se hladina rtuti dostala až k hornímu okraji pravé části trubice?

Kapilární jevy zanedbejte. Řešte nejprve obecně, pak pro $l = 20$ cm. Hustota rtuti $\rho_{\text{Hg}} = 13\,600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, hustota vody $\rho_v = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

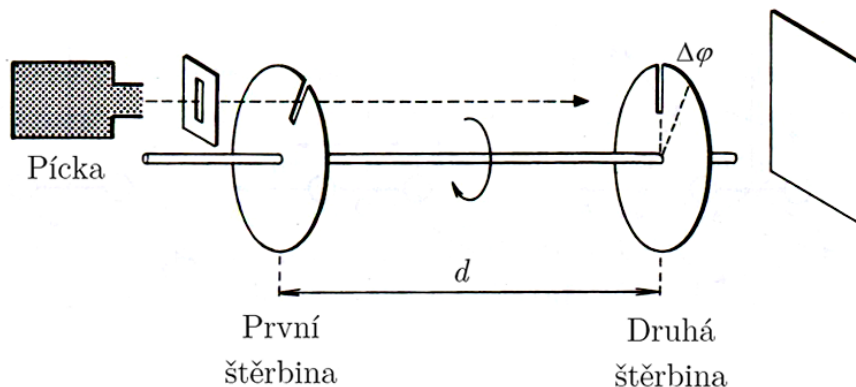
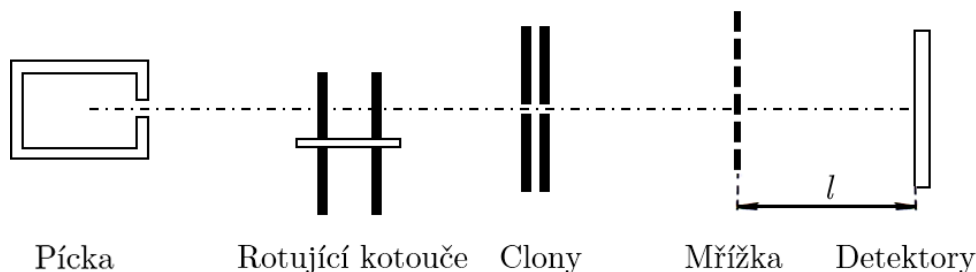
Řešte nejprve obecně, pak pro zadané hodnoty.

2. Ohyb a interference těžkých molekul

Už v roce 1999 byly prováděny pokusy s ohybem a interferencí molekul fullerenu. Jde o molekuly, které tvarem připomínají fotbalový míč a jsou složeny ze 60 atomů uhlíku. Molekuly C_{60} , vyletující z píčky zahřáté na $T = 920$ K, proletují nejprve filtrem rychlostí, tvořeným dvěma štěrbinami na dvou kotoučích, rotujících kolem společné osy (obr. 3). Vzdálenost mezi kotouči je $d = 0,20$ m a štěrbiny jsou navzájem posunuty o úhel $\Delta\varphi = 10^\circ$. Molekuly jsou pak usměrněny dvěma pevnými clonami na mřížku s mřížkovou konstantou $b = 100$ nm. Detektory jsou umístěny ve vzdálenosti $l = 1,25$ m za mřížkou.

- Jakou průměrnou rychlostí opouštějí molekuly fullerenu píčku? Průměrná rychlost molekul ideálního plynu závisí na termodynamické teplotě podle vztahu $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$, kde m_0 je hmotnost molekuly.
- Jakou nejmenší frekvencí se musí otáčet osa s kotouči, aby proletěly oběma štěrbinami právě molekuly s průměrnou rychlostí?
- Určete de Broglieovu vlnovou délku molekuly fullerenu, pohybuje-li se průměrnou rychlostí \bar{v} . Určete vzdálenost maxima 1. řádu od maxima 0. řádu na stínítku s detektory.

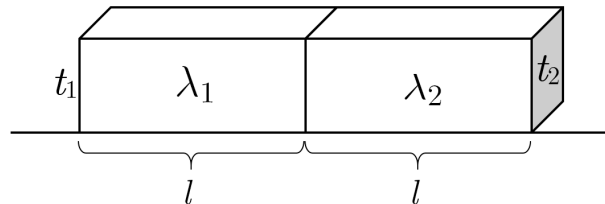
Planckova konstanta $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s, atomová hmotnostní konstanta $m_u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg, Boltzmannova konstanta $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J · K⁻¹.



Obr. 3

3. Pokles teploty a potenciálový spád

- a) Planparalelní destička se skládá ze dvou homogenních, stejně velkých částí o délce l (obr. 4). Součinitel tepelné vodivosti je v levé části λ_1 , v pravé části λ_2 . Levý konec destičky je udržován na teplotě t_1 , teplota na pravém konci je $t_2 < t_1$.

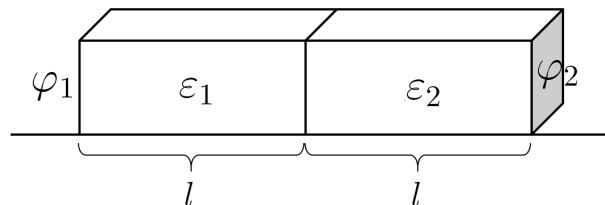


Obr. 4

Jaká je teplota t uprostřed destičky na rozhraní obou prostředí?

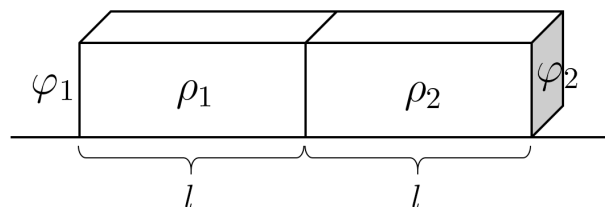
- b) Planparalelní destička z dielektrika se skládá ze dvou homogenních, stejně velkých částí o délce l (obr. 5). Relativní permitivita v levé části destičky je ε_1 , v pravé části ε_2 . Elektrický potenciál je na levém konci destičky φ_1 , na pravém konci $\varphi_2 < \varphi_1$. Určete:

1. Intenzitu elektrického pole E_1 v levé části a intenzitu elektrického pole E_2 v pravé části destičky.
2. Elektrický potenciál φ uprostřed destičky na rozhraní obou prostředí.



Obr. 5

- c) Planparalelní vodivá destička se skládá ze dvou homogenních, stejně velkých částí o délce l (obr. 6). Elektrický potenciál je na levém konci destičky φ_1 , na pravém konci $\varphi_2 < \varphi_1$.



Obr. 6

Rezistivita v levé části je ρ_1 , v pravé části ρ_2 . Elektrický potenciál je na levém konci φ_1 , na pravém konci $\varphi_2 < \varphi_1$.

Určete elektrický potenciál φ uprostřed destičky.

4. Přenos tepla

Ve dvou nádobách A a B je stejný objem vody. V nádobě A je počáteční teplota t_{A0} , v nádobě B je počáteční teplota t_{B0} . Hmotnost vody m je v obou nádobách stejná, její měrná tepelná kapacita je c . V nádobě A se na počátku nachází tělísko s tepelnou kapacitou C_0 . Tělísko přeneseme z nádoby A do nádoby B, počkáme, až se teploty vyrovnají, a pak tělísko přeneseme zpět do nádoby A.

- Jaké budou teploty t_{A1} a t_{B1} v nádobách po přenesení tělíska?
- Dokažte, že pro teplotní rozdíl $t_{A1} - t_{B1}$ platí vztah

$$t_{A1} - t_{B1} = \left(\frac{cm}{C_0 + cm} \right)^2 (t_{A0} - t_{B0}).$$

Přenášení tělíska opakujeme.

- Jaké budou teploty t_{Ak} a t_{Bk} v nádobách a jejich rozdíl $t_{Ak} - t_{Bk}$ po k -tém přenesení tělíska? Uvažte, že $C_0 \ll cm$.
- Kolikrát musíme tělísko přenést, aby rozdíl teplot v nádobách nebyl větší než 3 % původního rozdílu teplot?

Tepelné ztráty do okolí zanedbáme.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $t_{A0} = 80 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_{B0} = 18 \text{ }^\circ\text{C}$, $m = 1,20 \text{ kg}$, $c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $C_0 = 80 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$, $k = 8$.