

Zadání úloh 1. kola 59. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie A

1. Spotřeba automobilu

Automobil o hmotnosti $m = 1\,300$ kg užívá palivo o hustotě $\rho = 720$ kg · m⁻³ s výhřevností $H = 42$ MJ · kg⁻¹. Celkovou účinnost automobilu $\eta = 15$ % považujeme za konstantní. Účinností zde myslíme podíl práce potřebné k zajištění jízdy automobilu a energie získané spálením paliva. Při jízdě je potřeba překonávat odpor vzduchu a zajistit další funkce automobilu (výkon potřebný k zajištění těchto funkcí $P_1 = 1,0$ kW považujeme za konstantní).

Odporová síla proti pohybu automobilu je přímo úměrná druhé mocnině jeho rychlosti, $F_o = kv^2$, kde konstanta $k = 0,55$ N · s² · m⁻².

Spotřeba automobilu $\theta = \frac{V}{L}$, kde V je objem spotřebovaného paliva a L je ujetá vzdálenost. Spotřeba se udává v jednotkách $\frac{\text{litr}}{100 \text{ km}}$.

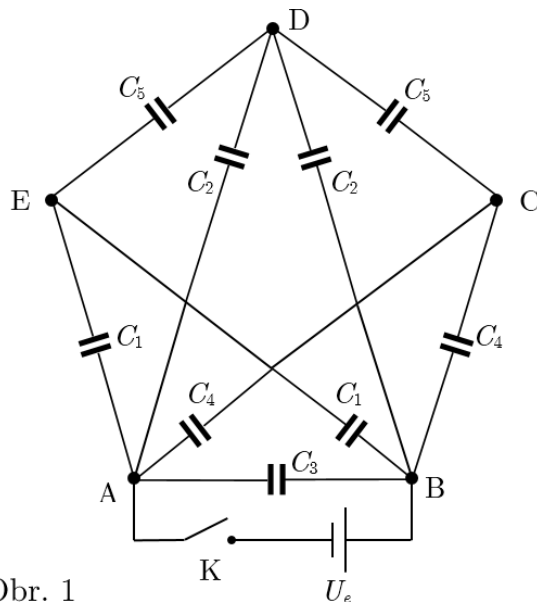
- Určete spotřebu paliva při stálé rychlosti automobilu $v = 80$ km · h⁻¹ na přímé vodorovné silnici.
- Určete, při jaké rychlosti automobilu bude jeho spotřeba minimální, a určete tuto spotřebu.
- Jak se změní výsledky, když automobil pojedje stejnou stálou rychlostí po přímé silnici s úhlem stoupání $\alpha = 3^\circ$?

2. Přenos látky

Ve dvou nádobách A a B se nachází roztoky soli. Počáteční koncentrace je v první nádobě c_{10} , ve druhé nádobě c_{20} , počáteční objem V obou roztoků je na počátku stejný. Z první nádoby do druhé nádoby přeneseme malý objem v a po promíchání přeneseme stejný objem zase zpátky. Celý postup opakujeme.

- Určete celkovou hmotnost m soli v obou nádobách.
- Jaké jsou koncentrace c_{11} a c_{21} v nádobách po prvním přenesení?
- Jaký je rozdíl koncentrací ($c_{1k} - c_{2k}$) a jaké jsou koncentrace c_{1k} a c_{2k} po k -tém přenesení?
- Kolikrát musíme přenést objem v , aby se koncentrace roztoků v nádobách lišily o méně než 1 % v porovnání s počátečním stavem?

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $c_{10} = 10,0 \frac{\text{g}}{\text{l}}$, $c_{20} = 5,0 \frac{\text{g}}{\text{l}}$, $V = 2,50$ l, $v = 0,10$ l, $k = 10$.



Obr. 1

3. Pětúhelník s kondenzátory

Mezi vrcholy pětúhelníka je zapojeno 9 nenabitých kondenzátorů o kapacitách $C_1 = 1 \mu\text{F}$, $C_2 = 2 \mu\text{F}$, $C_3 = 3 \mu\text{F}$, $C_4 = 4 \mu\text{F}$ a $C_5 = 5 \mu\text{F}$ (obr. 1).

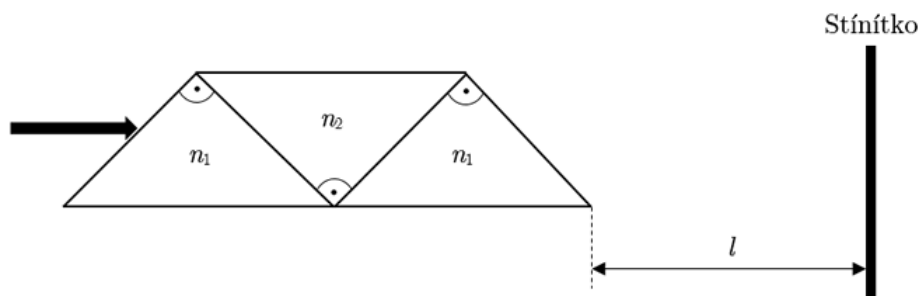
- Určete výslednou kapacitu, náboje a napětí na každém kondenzátoru, připojíme-li mezi body A a B ideální zdroj s elektromotorickým napětím $U_e = 6 \text{ V}$.
- Při opakování pokusu s nenabitými kondenzátory se zjistilo, že spojení mezi body B a C je přerušené. Jaké budou náboje a napětí na každém kondenzátoru a jaká bude výsledná kapacita v tomto případě?

4. Přímohledný hranol

Přímohledný hranol se skládá ze tří pravoúhlých hranolů z materiálů o indexu lomu n_1 a n_2 (obr. 2). Monofrekvenční světlo o vlnové délce $\lambda = 589 \text{ nm}$ po průchodu hranolem nezmění svůj směr. Ve vzdálenosti $l = 1,50 \text{ m}$ za hranolem je postaveno stínítko, na které tento paprsek dopadá kolmo. Pro vlnovou délku λ (žluté světlo) je index lomu prvního a třetího hranolu $n_1 = 1,506$. Pro vlnovou délku $\lambda_f = 397 \text{ nm}$ (fialové světlo) jsou indexy lomu prvního a druhého hranolu $n_{f1} = 1,525$ a $n_{f2} = 1,944$.

- Určete index lomu n_2 prostředního hranolu.
- Určete indexy lomu hranolů pro červené světlo o vlnové délce $\lambda_c = 761 \text{ nm}$. Pro výpočet závislosti indexu lomu na vlnové délce užitě vztah $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$, kde A a B jsou konstanty.
- Určete úhly, o které se odchýlí od přímého směru paprsek fialového světla o vlnové délce 397 nm a paprsek červeného světla o vlnové délce 761 nm .
- Určete šířku spektra na stínítku při použití bílého světla.

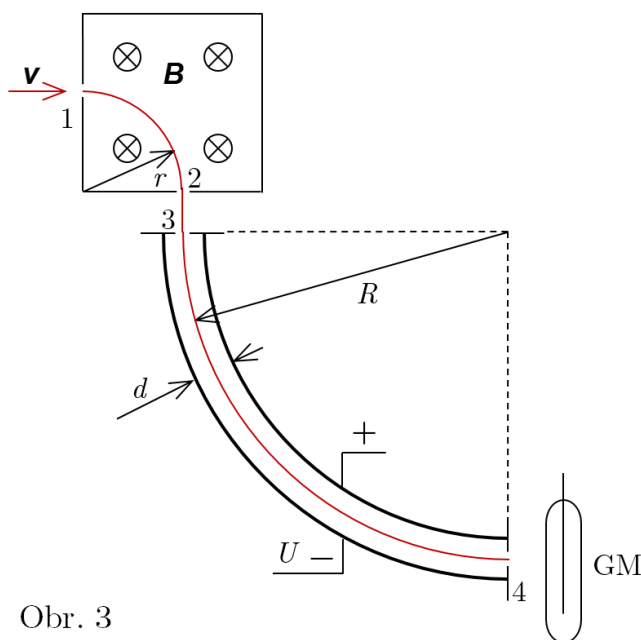
Rozměry hranolu jsou v porovnání se vzdáleností od stínítka zanedbatelné. Index lomu vzduchu $n_v = 1,000$.



Obr. 2

5. Měření hmotnosti elektronů

Na obrázku je pokusné zařízení, kterým můžeme experimentálně určit rychlost a hmotnost elektronů. Elektronové paprsky procházejí štěrbinou 1 do homogenního magnetického pole o indukci \mathbf{B} kolmo k indukčním čarám, kde se při vhodně zvolené hodnotě B pohybují po čtvrtkružnici s poloměrem $r = 0,500$ m a vylétají štěrbinou 2. Poté vylétají štěrbinou 3 mezi desky válcového kondenzátoru. Ten je tvořen dvěma čtvrtválcovými plochami se společnou osou, vzdálenými od sebe o $d = 2,0$ cm, nabitými na napětí U . Intenzita elektrického pole \mathbf{E} mezi deskami kondenzátoru je stále kolmá k trajektorii pohybu elektronů, které se tak při vhodně zvolené hodnotě U pohybují po čtvrtkružnici s poloměrem $R = 2,000$ m. Elektronové paprsky, které vylétají z kondenzátoru štěrbinou 4, jsou registrovány GM počítačem.



Obr. 3

GM počítač zaznamenal dopady elektronů při $B = 7,76$ mT a $U = 10,68$ kV.

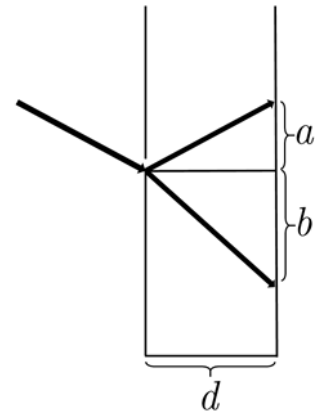
- Určete rychlost, kterou elektron vstupuje do magnetického pole.
- Určete hmotnost elektronu registrovaného GM počítačem, porovnejte ji s klidovou hmotností elektronu a ověřte platnost relativistického vztahu $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.
Odchylku určete v %.
- Určete v elektronvoltech kinetickou energii elektronu registrovaného GM počítačem.

Řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty.

6. Měření indexu lomu kapaliny

Pomůcky: Plastové láhve různých průměrů s hladkými stěnami a s otvorem v boční stěně, voda nebo jiná průhledná kapalina, laserové ukazovátko (nebo školní laser), posuvka, mm měřítko.

Postup práce: Do boční stěny širší plastové láhve s hladkými stěnami navrtáme otvor o průměru asi 3 mm. V úrovni otvoru změříme posuvkou průměr láhve d . Do láhve dáme kapalinu, jejíž index lomu chceme měřit tak, aby hladina byla právě v rovině otvoru. Do otvoru namíříme laserový paprsek a na protější stěně láhve změříme mm měřítkem vzdálenosti stop a a b odraženého a lomeného paprsku od hladiny kapaliny.



Obr. 4

Úkoly: a) Odvoďte vztah pro určení indexu lomu pomocí naměřených vzdáleností a , b a d .

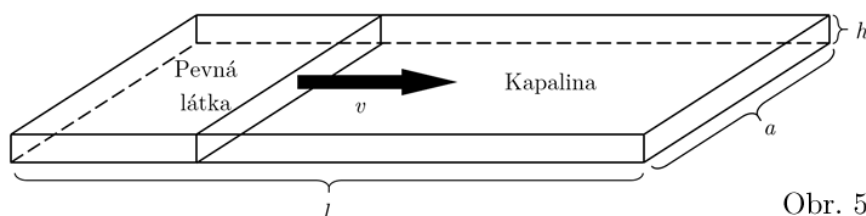
b) Vypočítejte index lomu a určete odchylky měření.

7. Hřejivé polštářky

V záchranné lékařské praxi se užívají hřejivé polštářky, které využívají tepla uvolněného při krystalizaci kapaliny, nacházející se uvnitř polštářku. Inicivace se provádí pomocí katalyzátoru, takže k ní může dojít v poměrně širokém rozsahu teplot. Vnitřní objem polštářku si můžeme představit jako kvádr o rozměrech $a \times l \times h$ (obr. 5). Krystalizace začíná u stěny kvádru s rozměry a , h , rozhraní mezi pevnou látkou a kapalinou se pohybuje ve směru hrany l malou stálou rychlostí v .

- Najděte závislost teploty polštářku t na čase τ .
- Najděte závislost časové změny teploty polštářku $\frac{dt}{d\tau}$ na čase τ .
- Jaká bude nejvyšší teplota polštářku t_{\max} ?
- Správnost výsledku c) ověřte porovnáním uvolněného tepla Q_{celk} se skupenským teplem tání $L_t = ml_t$.

Měrné skupenské teplo tání pracovní látky je l_t , měrná tepelná kapacita pracovní látky v kapalném stavu je c_0 , v pevném stavu je měrná tepelná kapacita pracovní látky o $k = 10\%$ menší. Počáteční teplota látky je t_0 . Změnu hustoty pracovní látky a ztráty tepla do okolí během krystalizace zanedbejte. Pracovní látka je dokonale tepelně vodivá, takže teplota látky je v každém okamžiku stejná v celém objemu kvádru. Při řešení použijte vztah $\frac{1}{1+x} \approx 1 - x$, který je pro $x \leq 0,1$ splněn s odchylkou menší než 1% .



Obr. 5