Řešení úloh okresního kola 58. ročníku Fyzikální olympiády

Kategorie E

Autoři úloh: J. Jírů (1), L. Richterek (3), J. Thomas (2) a Bohumil Vlach (4)

FO58E2–1: Osobní výtah

a) Lano je napínáno silou o velikosti $F = m_0 g = 300\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{N/kg} = 3\,000\,\mathrm{N}$. **1 bod**

b) Prázdná kabina a protizávaží jsou vyvážené, proto elektromotor obvodem kladky působí na lano silou, jejíž velikost je součtem velikostí tíhové síly cestujících osob a třecí síly. Elektromotor vykoná práci

$$W = (mg + F_\mathrm{t})\,h = (120\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{N/kg} + 80\,\mathrm{N}) \cdot 15\,\mathrm{m} = 19\,200\,\mathrm{J} \doteq 19\,\mathrm{kJ}.$$

2 body

c) Při rovnoměrném pohybu mezi dvěma sousedními patry vykoná elektromotor práci

$$W_1 = \frac{W}{6} = \frac{19\,200\,\mathrm{J}}{6} = 3\,200\,\mathrm{J} = 3{,}2\,\mathrm{kJ}.$$

Doba jízdy vychází

$$t_1 = \frac{W_1}{P} = \frac{3\,200\,\mathrm{J}}{1\,200\,\mathrm{W}} \doteq 2{,}666\,7\,\mathrm{s} \doteq 2{,}7\,\mathrm{s}.$$

2 body

d) Při stejné rychlosti je i doba jízdy rovnoměrného pohybu mezi dvěma sousedními patry stejná, proto

$$P_0 = \frac{F_\mathrm{t}\dfrac{h}{6}}{t_1} = \frac{F_\mathrm{t} h}{6t_1} = \frac{80\,\mathrm{N} \cdot 15\,\mathrm{m}}{6 \cdot 2{,}666\,7\,\mathrm{s}} \doteq 75\,\mathrm{W}.$$

2 body

Poznámka: Dosazení zaokrouhlené hodnoty $t_1 = 2{,}7\,\mathrm{s}$ vede k hodnotě $\doteq 74\,\mathrm{W}$, doporučujeme i tuto odpověď uznat za správnou. Podobně doporučujeme zohlednit zaokrouhlení i v následující části. Výkon P_0 lze získat i kombinací výše uvedených vztahů a vyjádřit ve tvaru

$$P_0 = \frac{F_\mathrm{t} h}{6t_1} = \frac{F_\mathrm{t} h}{6W_1} P = \frac{F_\mathrm{t} h}{W} P = \frac{80\,\mathrm{N} \cdot 15\,\mathrm{m}}{19\,200\,\mathrm{J}} \cdot 1\,200\,\mathrm{W} = 75\,\mathrm{W}.$$

e) Rychlost rovnoměrného pohybu mezi dvěma sousedními patry činí

$$v_1 = \frac{\dfrac{h}{6}}{t_1} = \frac{h}{6t_1} = \frac{15\,\mathrm{m}}{6 \cdot 2{,}666\,67\,\mathrm{s}} = 0{,}937\,49\,\mathrm{m/s} \doteq 0{,}94\,\mathrm{m/s}.$$

Průměrná rychlost celého pohybu je

$$v_\mathrm{p} = \frac{h}{t} = \frac{15\,\mathrm{m}}{17\,\mathrm{s}} = 0{,}882\,35\,\mathrm{m/s} \doteq 0{,}88\,\mathrm{m/s}.$$

Z porovnání plyne $v_\mathrm{p} < v_1$. Příčina spočívá v rozjíždění a zastavování, kdy se okamžitá rychlost mění mezi nulovou rychlostí a rychlostí v_1. **3 body**

Poznámka: Pro ulehčení numerických výpočtů byla v zadání úlohy doporučena hodnota tíhového zrychlení $g = 10\,\mathrm{N/kg}$. Při zaokrouhlování výsledků na 2 platné číslice, což odpovídá přesnosti hodnot zadaných veličin, by bylo vhodnější dosazovat hodnotu $9{,}8\,\mathrm{N/kg}$.

FO58E2–2: Ekologický dům

a) Z celkového výkonu P_0, který dodává Slunce, se na ohřátí vody využije pouze 15 %; pro využitelnou energii za dobu $\tau = 6\,\mathrm{h} = 6 \cdot 3\,600\,\mathrm{s} = 21\,600\,\mathrm{s}$ ze záření, které dopadne na plochu $S = 24\,\mathrm{m}^2$, platí

$$E_1 = \eta P_0 S \tau = 0{,}15 \cdot 900\,\mathrm{W/m^2} \cdot 24\,\mathrm{m^2} \cdot 21\,600\,\mathrm{s} = 69\,984\,000\,\mathrm{J} \doteq 70\,\mathrm{MJ}.$$

Toto množství energie stačí na ohřátí vody s měrnou tepelnou kapacitou c o hmotnosti

$$m = \frac{E_1}{c\,(t_2 - t_1)} = \frac{69\,984\,000\,\mathrm{J}}{4\,200\,\mathrm{J/(kg\cdot{}^\circ C)} \cdot (50\,^\circ\mathrm{C} - 6\,^\circ\mathrm{C})} = 378{,}7\,\mathrm{kg} \doteq 380\,\mathrm{kg}.$$

Protože 1 kg odpovídá 1 l vody, ohřeje se asi 380 l vody. **5 bodů**

b) Ohřívání by trvalo dobu

$$\tau_1 = \frac{E_1}{P_1} = \frac{69\,984\,000\,\mathrm{J}}{36\,000\,\mathrm{W}} = 1\,944\,\mathrm{s} = 32\,\mathrm{min}\ 24\,\mathrm{s} \doteq 32\,\mathrm{min}.$$ **3 body**

Energie E_1 vyjádřená v kWh má hodnotu

$$E_1 = \frac{69\,984\,000\,\mathrm{J}}{3\,600\,000\,\mathrm{J/kWh}} = 19{,}44\,\mathrm{kWh}$$

a za jeden den zaplatíme $19{,}44\,\mathrm{kWh} \cdot 5{,}10\,\mathrm{Kč/kWh} = 99{,}1\,\mathrm{Kč}$. Za celý rok, tj. 365 dní pak zaplatíme $99{,}1\,\mathrm{Kč/den} \cdot 365\,\mathrm{dní} \doteq 36\,000\,\mathrm{Kč}$. **2 body**

FO58E2–3: Přepálená žárovička

a) Napětí se rozdělí rovnoměrně mezi $n = 12$ žároviček. Na jednu žárovičku připadá napětí

$$U_1 = \frac{U}{n} = \frac{230\,\mathrm{V}}{12} = 19{,}167\,\mathrm{V} \doteq 19\,\mathrm{V}.$$ **1 bod**

K určení proudu určíme ze zadaných hodnot odpor R_1 jedné žárovičky z jmenovitého napětí U_j a výkonu P_j podle vztahu

$$P_\mathrm{j} = \frac{U_\mathrm{j}^2}{R_1}, \qquad R_1 = \frac{U_\mathrm{j}^2}{P_\mathrm{j}} = \frac{(20\,\mathrm{V})^2}{3\,\mathrm{W}} = \frac{400}{3}\,\Omega \doteq 130\,\Omega.$$

Odpor všech žároviček zapojených za sebou pak bude

$$R = nR_1 = 12 \cdot \frac{400}{3}\,\Omega = 1\,600\,\Omega.$$

Žárovičkami prochází proud

$$I = \frac{U}{R} = \frac{230\,\mathrm{V}}{1\,600\,\Omega} = 0{,}143\,75\,\mathrm{A} \doteq 140\,\mathrm{mA}.$$ **4 body**

b) Na patě vyšroubované žárovičky bude síťové napětí 230 V. **1 bod**

c) V obvodu zbude $n' = 11$ žároviček. Jestliže bychom mezi body A a B vložili prst (nikdy to nedělejte!) o odporu $R_\mathrm{p} = 2\,\mathrm{k\Omega} = 2\,000\,\Omega$, bude celkový odpor

$$R' = n'R_1 + R_\mathrm{p} = 11 \cdot \frac{400}{3}\,\Omega + 2\,000\,\Omega = \frac{10400}{3}\,\Omega \doteq 3\,500\,\Omega$$

a pro proud protékající žárovičkami dostáváme

$$I' = \frac{U}{R'} = \frac{230\,\mathrm{V}}{\frac{10400}{3}\,\Omega} = 0{,}066\,346\,\mathrm{A} \doteq 66\,\mathrm{mA}.$$

Napětí mezi body A a B pak vychází

$$U_{AB} = R_\mathrm{p}I' = 2\,000\,\Omega \cdot 0{,}066\,346\,\mathrm{A} = 132{,}69\,\mathrm{V} \doteq 130\,\mathrm{V}.$$ **4 body**

FO58E2–4: Kolona vozidel

a) Jede-li spojka od konce k čelu kolony, je její rychlost vzhledem ke koloně $v - v_0$. Platí proto

$$d = (v - v_0)\,t_1,$$

odkud při době jízdy $t_1 = 12\,\mathrm{min} = \dfrac{12}{60}\,\mathrm{h} = \dfrac{1}{5}\,\mathrm{h}$ dostáváme

$$v = \frac{d + v_0t_1}{t_1} = \frac{10\,\mathrm{km} + 20\,\mathrm{km/h} \cdot \frac{1}{5}\,\mathrm{h}}{\frac{1}{5}\,\mathrm{h}} = 70\,\mathrm{km/h}.$$ **3 body**

Poznámka: Lze řešit samozřejmě i převodem rychlosti na m/s (hodnoty viz řešení části c) a času na sekundy; potom $t_1 = 12\,\mathrm{min} = 720\,\mathrm{s}$ a

$$v = \frac{d + v_0t_1}{t_1} = \frac{10\,000\,\mathrm{m} + 5{,}555\,6\,\mathrm{m/s} \cdot 720\,\mathrm{s}}{720\,\mathrm{s}} \doteq 19{,}444\,\mathrm{m/s} \doteq 19\,\mathrm{m/s}.$$

b) Zpátky na konec kolony se spojka vrací vzhledem ke koloně rychlostí $v + v_0$ a pro čas t_2, který trvá návrat z čela na konec platí

$$t_2 = \frac{d}{v + v_0} = \frac{10\,\mathrm{km}}{70\,\mathrm{km/h} + 20\,\mathrm{km/h}} = \frac{1}{9}\,\mathrm{h} \doteq 0{,}11\,\mathrm{h}.$$ **2 body**

Poznámka: Lze řešit samozřejmě také v m/s, potom vychází

$$t_2 = \frac{d}{v + v_0} = \frac{10\,000\,\mathrm{m}}{19{,}444\,4\,\mathrm{m/s} + 5{,}555\,6\,\mathrm{m/s}} \doteq 400\,\mathrm{s}.$$

c) Rychlosti vyjádříme v m/s; $v_0 = 20\,\mathrm{km/h} \doteq 5{,}555\,6\,\mathrm{m/s}$, $v = 70\,\mathrm{km/h} = 19{,}444\,\mathrm{m/s}$. Pro průjezd kolem jednoho vozu délky $l = 10\,\mathrm{m}$ při jízdě dopředu vychází

$$t_1' = \frac{l}{v - v_0} = \frac{10\,\mathrm{m}}{19{,}444\,\mathrm{m/s} - 5{,}555\,6\,\mathrm{m/s}} = 0{,}72\,\mathrm{s}$$

a pro cestu zpět

$$t_2' = \frac{l}{v + v_0} = \frac{10\,\mathrm{m}}{19{,}444\,\mathrm{m/s} + 5{,}555\,6\,\mathrm{m/s}} = 0{,}40\,\mathrm{s}.$$ **2 body**

d) Do vzdálenosti d_1 od kilometrovníku 100 se konec kolony přesune za dobu $t_3 = t_1 + t_0 + t_2$, proto platí

$$d_1 = (t_1 + t_0 + t_2)\, v_0 = \left(t_1 + t_0 + \frac{d}{v + v_0}\right) v_0 =$$

$$= \left(\frac{1}{5}\,\mathrm{h} + \frac{10}{60}\,\mathrm{h} + \frac{1}{9}\,\mathrm{h}\right) \cdot 20\,\mathrm{km/h} \doteq 9{,}6\,\mathrm{km}.$$ **3 body**

Úlohy připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Martin Kapoun, Michaela Křížová, Richard Polma, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek ve spolupráci s autory úloh Josefem Jírů a Janem Thomasem.