

## Úlohy 1. kola 58. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie D

### 1. Běžec a trenér

Délka atletického oválu je  $d = 400$  m. Atlet a jeho trenér vyrazili ve stejném okamžiku z cílové čáry v navzájem opačných směrech. Trenér šel pěšky a na stopkách zjistil, že se poprvé potkali v čase  $t_1 = 79$  s a že atlet poprvé proběhl cílovou čarou v čase  $t_2 = 96$  s.

- Určete dráhu  $s_1$ , kterou ujde trenér do okamžiku prvního setkání.
- Určete čas  $t_3$ , v němž trenér projde poprvé cílovou čarou.
- Určete dráhu  $s$  atleta v okamžiku, kdy trenér poprvé projde cílovou čarou.

Oba pohyby považujte za rovnoměrné. Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

### 2. Chlapec na kolotoči

Chlapec o hmotnosti  $m = 42$  kg sedí na sedačce kolotoče, který se rovnoměrně otáčí kolem svislé osy. Chlapec je přitlačován k sedačce celkovou silou  $F$ , která je od svislého směru odchýlena o úhel  $\alpha = 40^\circ$ . Poloměr otáčení chlapce je  $r = 3,7$  m.

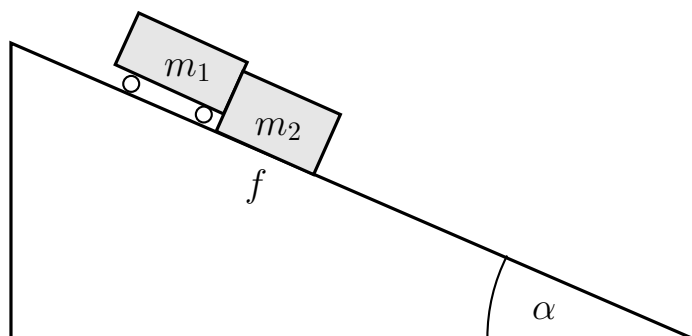
- Určete přetížení  $k = \frac{F}{F_G}$ , tj. poměr velikostí síly  $F$  při otáčení a tíhové síly  $F_G$  působící na chlapce.
- Určete periodu  $T$  otáčení kolotoče.
- Určete kinetickou energii  $E_k$  chlapce.
- Kolotoč zastavil rovnoměrně zpomaleným pohybem za dobu  $t_1 = 19$  s. Určete opsaný úhel  $\varphi$  během zastavování.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Velikost tíhového zrychlení je  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Velikost chlapce považujte za zanedbatelnou.

### 3. Kvádr a vozík

Na nakloněnou rovinu se sklonem  $\alpha = 15^\circ$  můžeme umístit vozík o hmotnosti  $m_1 = 200$  g a kvádr o hmotnosti  $m_2 = 360$  g. Součinitel smykového tření mezi kvádrem a nakloněnou rovinou je  $f = 0,30$ .

Obr. 1



- Vypočtete velikosti potřebných sil a rozhodněte, zda se na nakloněné rovině udrží samotný kvádr a zda se na ní udrží souprava kvádrů s vozíkem.
- Určete maximální velikost úhlu  $\alpha_2$  sklonu nakloněné roviny, při němž se samotný kvádr ještě udrží v klidu a maximální velikost úhlu  $\alpha_{12}$ , při němž se v klidu udrží soustava kvádrů s vozíkem.
- Nastavíme úhel sklonu nakloněné roviny  $\beta = 26^\circ \geq \alpha_2$ . Určete velikosti rychlostí  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_{12}$ , které postupně po nakloněné rovině na dráze  $s = 1,4$  m získají samotný vozík, samotný kvádr a soustava kvádrů s vozíkem.

Řešte obecně, pak pro dané hodnoty. Odpor vzduchu zanedbejte. Tíhové zrychlení je  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

#### 4. Zrychlování automobilu

Okamžitý výkon automobilu lze vyjádřit vztahem  $P = Fv$ , kde  $F$  je velikost okamžité tahové síly a  $v$  velikost okamžité rychlosti. Bude-li se automobil rozjíždět z klidu se stálým užitečným výkonem  $P$ , pak s rostoucí rychlostí tahová pohybová síla klesá. Na počátku rozjíždění při malé rychlosti může motor automobilu vyvíjet tak velkou sílu, že třecí síla mezi pneumatikami a vozovkou nestačí k plnému záběru kol a kola prokluzují.

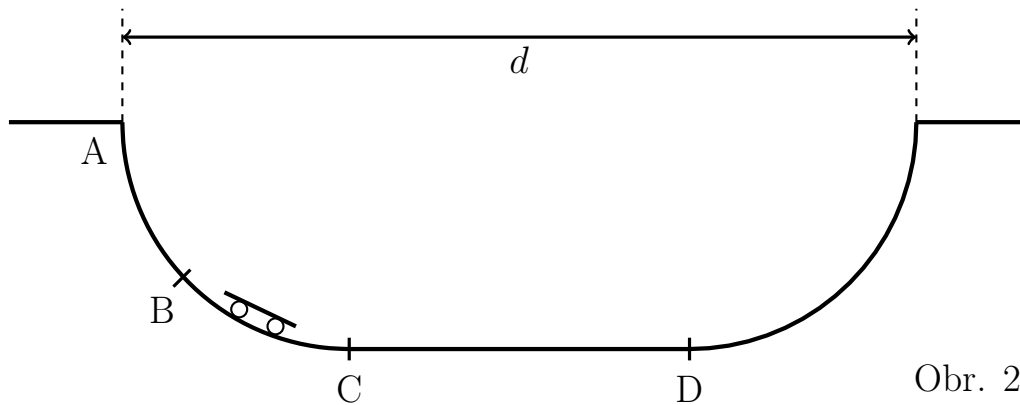
Automobil o hmotnosti  $m = 1\,400$  kg má na vodorovné silnici dvě shodně zatížené nápravy. Záběrová kola jsou pouze na jedné nápravě. Součinitel smykového tření mezi pneumatikami a vozovkou je  $f = 0,70$ .

- Určete maximální velikost  $F_{\text{tah}}$  tahové síly, při níž nedojde k prokluzování záběrových kol.
- Určete minimální velikost rychlosti  $v_1$ , z níž může automobil bez prokluzování záběrových kol zrychlovat s konstantním užitečným výkonem  $P = 20$  kW.
- Automobil zvětší velikost rychlosti z hodnoty  $v_1$  na hodnotu  $v_2 = 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  při konstantním užitečném výkonu  $P = 20$  kW. Určete velikost zrychlení  $a_1$  při rychlosti  $v_1$  a velikost zrychlení  $a_2$  při rychlosti  $v_2$ .
- Určete dobu  $\Delta t$ , během níž v úloze c) došlo ke změně velikosti rychlosti z  $v_1$  na  $v_2$ .

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Velikost tíhového zrychlení je  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

#### 5. U-rampa

Profil U-rampy tvoří dvě čtvrtkružnice spojené úsečkou. Šířka U-rampy je  $d = 12,0$  m. Závodník v bodě A uvolnil z klidu skateboard, který pak na vodorovné rovině dosáhl rychlosti o velikosti  $v_1 = 8,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .



- Určete dobu  $t$  pohybu mezi body C a D.
- Určete velikost okamžité rychlosti  $v_2$  skateboardu v bodě B, který rozděluje čtvrtkružnicovou trajektorii na dvě shodné části.
- Určete velikost tečného zrychlení  $a_t$  a velikost dostředivého zrychlení  $a_d$  skateboardu v bodě B.

Valivý odpor a odpor vzduchu zanedbejte, rozměry skateboardu též považujte za zanedbatelné. Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Velikost tíhového zrychlení je  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

## 6. Hustota ledu

Těleso s hustotou větší než je hustota vody, zamrzlé v dostatečném množství ledu, může plovat na hladině vody. Po roztání části ledu se těleso s ledem zcela ponoří, na okamžik se vznáší a následně klesne ke dnu. V úloze využijeme okamžik vznášení k určení hustoty ledu. Označíme-li  $m_t$  hmotnost tělesa,  $\rho_t$  hustotu tělesa,  $\rho_v$  hustotu vody,  $\rho$  hustotu ledu a  $V_v$  objem vody vzniklé roztáním zbytku ledu po vyjmutí při vznášení, pak hustota ledu je dána vztahem

$$\rho = \frac{\rho_t \rho_v^2 V_v}{\rho_t \rho_v V_v + m_t (\rho_t - \rho_v)} = \frac{\rho_v}{1 + \frac{m_t}{V_v} \left( \frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_t} \right)}. \quad (1)$$

**Pomůcky:** Plné kovové předměty známé hustoty, plastové nádoby (např. větší kelímek od jogurtu, spodní část PET láhve apod.), technické váhy, odměrný válec, kádinky, kbelík s vodou (teploměr), mraznička.

### Úkoly:

- S využitím Archimédova zákona odvoďte vztah (1).
- Změřte popsanou metodou hustotu ledu použitím aspoň tří předmětů z různých látek (např. železo, měď, hliník, olovo...) a výsledky porovnejte se známou hustotou ledu. Případný rozdíl se pokuste zdůvodnit.

**Postup:** V plastové nádobě necháme zmrznout zhruba polovinu konečného množství vody, vložíme ochlazené těleso a dolijeme vodou ochlazenou na teplotu  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ . V ledu by dle možností neměly zůstat vzduchové bubliny.

Po zmrazení veškeré vody led s tělesem vyklepneme z plastové nádoby a vložíme do kbelíku s vlažnou vodou. Plove-li, počkáme, až se začne vznášet a okamžitě jej přeneseme do prázdné kádinky. (Teploměrem se můžeme přesvědčit o teplotě vody v okamžiku vyjmutí ledu a podle tabulek použít správnou hustotu vody.) Led necháme zcela roztát, tání lze urychlit využitím plotýnky. Těleso vyjmete a pomocí odměrného válce změříme objem vody v kádince.

## 7. Automobil v koloně

Automobil se v hustém městském provozu pohyboval mezi dvěma světelnými křižovatkami. Na zelenou se začal rozjíždět rovnoměrně zrychleným pohybem po dobu 5,0 s, přičemž dosáhl rychlosti  $12,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Touto rychlostí se pohyboval po dobu 4,0 s a ve stojící koloně před další křižovatkou za dobu 6,0 s zastavil rovnoměrně zpomaleným pohybem.

- Sestrojte graf závislosti rychlosti na čase.
- Určete velikosti zrychlení  $a_1$ ,  $a_2$  a  $a_3$  na jednotlivých úsecích a celkovou dráhu  $s_c$ .
- Sestavte vhodnou tabulku, do níž zapíšete dráhu ujetou v jednotlivých časech po 1,0 s od okamžiku pohybu do okamžiku zastavení. K výpočtům použijte vzorce nebo využijte obsahy ploch pod grafem z úlohy a). Sestrojte na milimetrový papír graf závislosti dráhy na čase.
- V časech  $t_1 = 3,3 \text{ s}$  a  $t_2 = 12,8 \text{ s}$  sestrojte co nejpřesněji ke grafu v úloze c) tečny. U každé určete její směrnici (tj. poměr přírůstku dráhy  $\Delta s$  a přírůstku času  $\Delta t$ ), která udává velikost okamžité rychlosti  $v'_1$  v čase  $t_1$  a velikost okamžité rychlosti  $v'_2$  v čase  $t_2$ . Vypočtete pomocí vzorců pro rovnoměrně zrychlený a pro rovnoměrně zpomalený pohyb velikosti rychlostí  $v_1$  a  $v_2$  v časech  $t_1$  a  $t_2$  a porovnejte je s hodnotami  $v'_1$  a  $v'_2$  získanými z grafu.