

Úlohy 1. kola 58. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie C

1. Kolona automobilů

Kolona $N = 20$ vojenských nákladních automobilů stojí na přímé silnici ve stejných rozestupech. Vzdálenost mezi čely automobilů je $l_0 = 10$ m, délka každého automobilu $d = 5,0$ m.

Kolona se rozjíždí. Každý automobil se rozjíždí se zrychlením o velikosti $a_0 = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ a dosáhne rychlosti o velikosti $v_0 = 57,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, kterou se pak pohybuje rovnoměrně celá kolona. První automobil se začne rozjíždět v čase $t = 0$ s, každý další v okamžiku, kdy se vzdálenost od čela předchozího automobilu zvětší na $l_1 = 35$ m.

- Sestrojte grafy závislosti $v = v(t)$ rychlosti na čase a $x = x(t)$ polohy na čase pro první tři automobily v koloně za prvních 15 s pohybu prvního automobilu. Nulovou souřadnici polohy volte v místě čela prvního automobilu.
- Určete vzdálenost mezi automobily kolony při jejím rovnoměrném pohybu.
- Jaká bude celková délka kolony při jejím rovnoměrném pohybu?
- Každý automobil může brzdit s maximálním zrychlením o velikosti $a_1 = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. O jakou dobu τ musí druhý (a pak každý další) automobil v tomto případě začít brzdit později než automobil první, aby po zastavení byla mezi automobily opět vzdálenost l_0 ?

2. Družice na oběžné dráze

Družice o hmotnosti $m = 3\,000$ kg se pohybuje po kruhové dráze ve výšce $h = 300$ km nad povrchem Země.

- Jakou práci bylo třeba vykonat na vynesení družice na oběžnou dráhu?
- Ukažte, že radiální složka rychlosti družice je v porovnání s její tečnou složkou zanedbatelná, když bylo měřením zjištěno, že po jednoměsíčním pobytu na oběžné dráze se družice přiblížila k Zemi o $\Delta h = 13,8$ km.
- Jaká průměrná odporová síla F působí na družici během jejího letu?

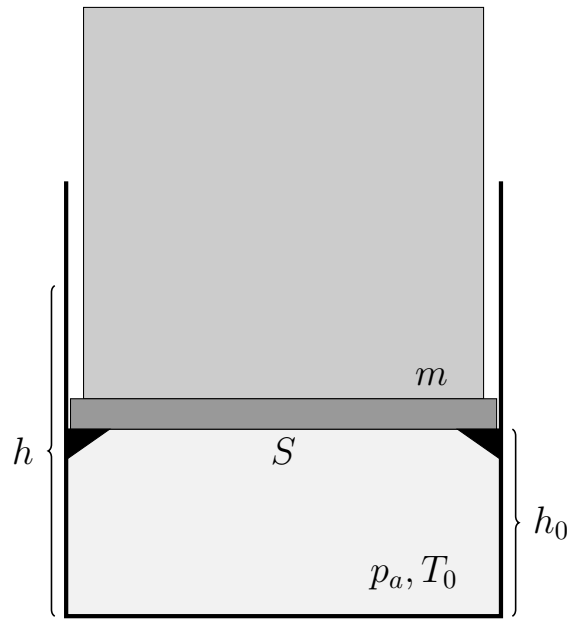
Poloměr Země $R_Z = 6\,370$ km, hmotnost Země $M_Z = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg, gravitační konstanta $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$. Gravitační potenciální energie $E_p = -\frac{GM_Z m}{r}$. Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

3. Práce plynu

V otevřené nádobě tvaru válce je na zarážkách položen píst s ocelovým závažím o celkové hmotnosti m . Počáteční tlak vzduchu uvnitř nádoby je roven atmosférickému tlaku p_a , počáteční teplota je T_0 . Počáteční výška pístu nade dnem nádoby je h_0 . Nyní začneme plynu dodávat teplo do okamžiku, kdy píst dosáhne výšky h nade dnem nádoby.

- Určete konečnou teplotu T vzduchu uvnitř nádoby.
- Určete celkové teplo Q , které vzduch v nádobě přijal.
- Určete účinnost η zdvínání pístu se závažím, tj. poměr vykonané mechanické práce a celkového tepla, které vzduch uvnitř válce přijal.

Vzduch považujte za ideální dvouatomový plyn. Tření zanedbejte. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 25,0$ kg, $T_0 = 293$ K, $h_0 = 0,100$ m, $h = 0,280$ m, $S = 0,015$ m², $p_a = 1,00 \cdot 10^5$ Pa, $g = 9,81$ m · s⁻².



Obr. 1

4. Balonek ve vakuu

Gumový balonek má v jistém rozsahu poloměrů vlastnosti shodné s mýdlovou bublinou. Takovýto balonek se nacházel ve vakuu a měl poloměr $R_0 = 5,0$ cm. Povrchové napětí blány je $\sigma = 25$ N · m⁻¹.

- Určete tlak $p_{in,0}$ uvnitř balonku odpovídající poloměru R_0 .
- Najděte vztah pro tlak p_{in} uvnitř balonku v závislosti na jeho poloměru R , je-li při poloměru R_0 tlak uvnitř $p_{in,0}$.
- Najděte vztah pro tlak p_{in} uvnitř balonku v závislosti na tlaku p_{out} vně balonku a na jeho poloměru R , je-li povrchové napětí σ .
- Sestrojte ve vhodném měřítku do jednoho grafu závislost tlaku p_{in} na poloměru R nalezenou v úkolu b) a závislosti tlaku p_{in} na poloměru R nalezené v úkolu c) pro $p_{out} \in \{1,0$ kPa, $2,0$ kPa, $3,0$ kPa $\}$.
- Odečtěte z grafu poloměry balonku pro tyto tři vnější tlaky.

Uvažujte, že všechny procesy probíhají izotermicky a v balonku je ideální plyn.

5. Vaření v přírodě

Turista vaří vodu na plynovém vařiči o stálém tepelném výkonu v kotlíku se svislými stěnami. Po uvedení do varu se za dobu $\tau = 8,0$ min snížila hladina vody v kotlíku o $h = 2,5$ cm. V tu chvíli začalo pršet. Kapky padají svisle a každá dešťová kapka má teplotu $t_0 = 20$ °C, hmotnost $m_0 = 10$ mg a velikost rychlosti $v = 9,0$ m · s⁻¹. Hustota kapek ve vzduchu je $n = 1\,000$ m⁻³.

- a) Bude voda vařit i při dešti? Dokažte matematicky.
 b) Za jak dlouho bude v kotlíku hladina ve stejné výšce, jako před začátkem varu?

Hustota vody $\rho = 1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, měrná tepelná kapacita vody $c = 4\,200\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo vypařování vody při varu $l_v = 2,26\cdot 10^6\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$.
 Teplota varu vody $t_v = 100\text{ }^\circ\text{C}$.

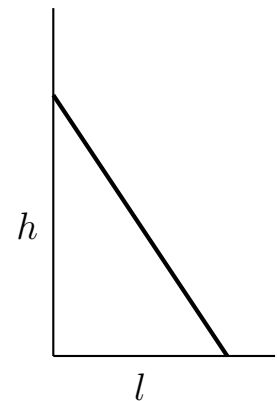
6. Měření součinitele smykového tření

Těleso (pravítko) začne po nakloněné rovině klouzat, je-li splněna podmínka

$$f = \operatorname{tg} \alpha. \quad (1)$$

Těleso (pravítko) opřené o stěnu (dřevěné pravítko – obr. 2) začne klouzat v okamžiku, kdy je splněna podmínka

$$f_1 = \frac{l}{2h + fl}. \quad (2)$$



Obr. 2

kde h je vzdálenost horního konce tělesa od vodorovné podložky, l je vzdálenost dolního konce tělesa od svislé stěny, f je součinitel smykového tření mezi tělesem a svislou stěnou (dřevěným pravítkem) a f_1 je součinitel smykového tření mezi stolní deskou a pravítkem.

Úkoly:

- a) Odvoďte vztahy (1) a (2).
 b) Nejprve určete součinitel smykového tření f mezi dřevěným a plastovým pravítkem tak, že na dřevěné pravítko položíte pravítko plastové a zvětšujete úhel sklonu tak dlouho, dokud se horní pravítko nerozjede. Změřením výšky horního konce pravítka nad podložkou a základny (nebo délky) nakloněné roviny pak určíte $\operatorname{tg} \alpha$.
 c) Dřevěné pravítko upevněte ve svislé poloze do stojanu a opřete o něj plastové pravítko (obr. 2). Najděte polohu, při které plastové pravítko začne klouzat po desce stolu a zaznamenejte údaje h a l .

Měření proveďte nejméně 5×; do vztahu (2) dosazujte za f průměrnou hodnotu vypočtenou v části b) a určete součinitel smykového tření f_1 . Vypočítejte odchylku a relativní odchylku měření f a f_1 .

Měření opakujte tak, že polohu pravítek vyměníte. Pokud nemáte plastové pravítko, můžeme použít pravítko kovové nebo jiný vhodný předmět podobného tvaru (např. kovovou pákou ze soupravy pro mechaniku).

7. Potápějící se loď

Uprostřed dna nákladní vlečné lodi o rozměrech $a = 50$ m, $b = 10$ m a výšce $c = 5,0$ m se nárazem vytvořil kruhový otvor o průměru $d = 20$ mm. Počáteční výška horního okraje lodi nad úrovní vody je $h = 3,5$ m. Loď je prázdná a shora otevřená. Tíhové zrychlení $g = 9,81$ m \cdot s⁻².

- Ukažte, že se rozdíl úrovní hladin uvnitř a vně lodi nemění.
- Určete rychlost proudění vody v otvoru.
- Vypočítejte, za jak dlouho se loď potopí.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.