



Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Teoretické úlohy celostátního kola 58. ročníku FO

RUMBURK 2017

1. Radon 222

V uzavřených prostorách domů se ve vzduchu nachází radioaktivní radon a jeho produkty rozpadu. ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ je součástí uran-radiové rozpadové řady, jejímž prvním členem je ${}^{238}_{92}\text{U}$, a rozpadá se s poločasem rozpadu 3,8 dne na ${}^{218}_{84}\text{Po}$. Jádro zůstává po emisi částice α v základním stavu. ${}^{218}_{84}\text{Po}$ se dále rozpadá s poločasem rozpadu 180 s. Při tomto rozpadu vzniká částice α s kinetickou energií 6,0 MeV.

- Kolik přeměn α a kolik přeměn β musí nastat, aby vznikl ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ z ${}^{238}_{92}\text{U}$? Zapište rovnici rozpadu ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ a ${}^{218}_{84}\text{Po}$.
- Určete v elektronvoltech energii E_r , která se při rozpadu ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ uvolní.

Klidové hmotnosti částic: $m({}^4_2\text{He}) = 4,002\,603m_u$, $m({}^{222}_{86}\text{Rn}) = 222,017\,578m_u$, $m({}^{218}_{84}\text{Po}) = 218,008\,973m_u$. Atomová hmotnostní konst. $m_u = 1,660\,54 \cdot 10^{-27}$ kg.

- Určete rychlost v_α částice α a rychlost v_{Po} jádra polonia po rozpadu jádra ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ za předpokladu, že jádro radonu je před rozpadem v klidu.
- V nevětraném sklepě domu o rozměrech 4,0 m \times 3,0 m \times 2,2 m byla naměřena aktivita radonu 358 Bq v krychlovém metru vzduchu. Kolik atomů radonu se nachází ve sklepním prostoru?

2. Volný pád kuličky

Ocelová kulička o průměru $2r = 0,0100$ m a hustotě $\rho = 7\,840$ kg \cdot m $^{-3}$ byla volně puštěna ve vzduchu. Ve vzdálenosti $h = 0,050$ m pod kuličkou je optická závora a ve vzdálenosti $s = 1,000$ m pod ní druhá optická závora. Mezi průlety optickými závorami byl naměřen čas $t = 0,362$ s.

- Určete velikost tíhového zrychlení g .

Při volném pádu kuličky z větší výšky musíme zvážit také vliv odporové síly, která závisí na druhé mocnině rychlosti. Hustota vzduchu $\rho_{vz} = 1,29$ kg \cdot m $^{-3}$, součinitel odporu $C = 0,48$, tíhové zrychlení $g = 9,81$ m \cdot s $^{-2}$.

- Určete maximální rychlost v_{max} , jakou bude ve vzduchu kulička padat.
- Jak dlouhou dobu t_1 bude trvat, než kulička získá rychlost $v_1 = 30$ m \cdot s $^{-1}$, a jakou dráhu s_1 za tu dobu urazí?

Pomůcka:
$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \frac{a+x}{a-x}.$$

3. Pokusy Jeana Perrina

Jean Perrin konal pokusy se sedimentací částic gumiguty (angl. gamboge), mléčné šťávy některých tropických rostlin, rozptýlených ve vodě. Částice stejné velikosti získal pomocí odstředivky.

Částice tvaru koule o poloměru $R = 0,212 \mu\text{m}$ se nachází ve vodě o hustotě $\rho_v = 0,998 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ve vzdálenosti $r = 15,0 \text{ cm}$ od osy rotující odstředivky, která koná 2 500 otáček za minutu. Hustota gumiguty $\rho = 1,194 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, součinitel dynamické viskozity $\eta = 1,005 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Obtékání částic tekutinou můžeme považovat za laminární.

- a) Napište závislost rychlosti v radiálního pohybu částice gumiguty na její vzdálenosti r od osy otáčení a určete její velikost pro částici poloměru R .
- b) Za jakou dobu τ se zvětší vzdálenost částice od osy o $l = 5,0 \text{ cm}$?

Na hladinu vody ve válci nalil Perrin tenkou vrstvu částic gumiguty o stejném poloměru $R = 0,212 \mu\text{m}$ (získaných v odstředivce).

- c) Jakou rychlostí v_1 budou částice klesat ke dnu nádoby a za jakou dobu τ_1 urazí vzdálenost $l = 5,0 \text{ cm}$? Posunutí způsobené Brownovým pohybem částic můžeme (jak ukázal Einstein) zanedbat.
- d) Závislost tlaku vzduchu na výšce nad zemským povrchem udává barometrická rovnice:

$$p = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g \Delta h}{p_0}}.$$

Upravte barometrickou rovnici a určete, při jaké změně výšky Δh se za stálé teploty $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ hustota molekul kyslíku v atmosféře zmenší o 1 %. Molární plynová konstanta $R_m = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Molární hmotnost kyslíku $M_m(\text{O}_2) = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$.

- e) Perrin sledoval mikroskopem rozložení hustoty částic s poloměrem R ve vodě v tíhovém poli Země při různých teplotách. Ke kapce emulze, ve které bylo obsaženo velké množství (okolo 13 000) částic, přidal vodu, přiklopil krycím sklíčkem, obrátil na bok, a po ustavení rovnovážného stavu mikroskopem z boku sledoval pokles počtu částic směrem vzhůru.

Teoretická analýza (A. Einstein) ukázala, že částice emulze se chovají stejně jako ideální plyn a jejich hustota molekul s výškou klesá podobně jako hustota molekul kyslíku v tíhovém poli v atmosféře. Perrin pak částice přímo počítal. Výsledky pro teplotu $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ jsou v následující tabulce:

Výška	5 μm	35 μm	65 μm	95 μm
Koncentrace	100	47	22,6	12

Z těchto údajů odhadněte s přesností na jednu platnou cifru (tak jako Perrin) hodnotu Avogadrovy konstanty N_A .

4. Kde byla čočka

V archivu byl nalezen obrázek, na němž byla na optické ose zakreslena poloha zdroje bodového světla A, jeho obrazu A' a jednoho z ohnisek F tenké čočky. Poloha čočky ale na obrázku chybí.

Kde byla umístěna čočka, která na obrázku chybí? Zvažte všechny možnosti. Řešte obecně, pak pro hodnoty: $\overline{AA'} = l = 8$ cm, $\overline{AF} = d = 6$ cm.

