Úlohy 1. kola 58. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

1. Testování závodních automobilů

a) Při testování brzd automobilu A klesla jeho rychlost rovnoměrně na dráze $s = 240$ m z $v_0 = 230\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ na $v = 80{,}0\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Určete velikost zrychlení automobilu a dobu, po kterou brzdil.

b) Automobil B se rozjížděl z klidu, dokud nedosáhl rychlosti v_0. Hmotnost automobilu je $m = 650$ kg a maximální výkon motoru $P_{\max} = 550$ kW. Jak dlouho mu bude trvat rozjíždění a jakou dráhu přitom ujede, bude-li se rozjíždět rovnoměrně zrychleně s maximálním možným zrychlením bez prokluzování kol? Využije přitom plný výkon motoru? Součinitel tření mezi pneumatikami a vozovkou je $f = 0{,}70$ a tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Odpor vzduchu zanedbejte.

c) Automobily vjíždí současně do cílové rovinky; automobil A rychlostí $v_A = 180\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, automobil B rychlostí $v_B = 200\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Rychlost automobilu A se nemění, rychlost automobilu B, který má poruchu motoru, klesá. Závislost jeho rychlosti na čase je v tabulce.

$\frac{t}{\mathrm{s}}$	0	5	10	15	20	25
$\frac{v_B}{\mathrm{m \cdot s^{-1}}}$	55,6	35,6	20,0	8,9	2,2	0

Sestrojte graf závislosti rychlosti automobilu B na čase a s pomocí rovnice regrese určete, kdy budou mít automobily stejnou rychlost a kde a kdy předjede automobil A automobil B. Jakou rychlost bude mít automobil B v okamžiku, kdy ho předjíždí automobil A? Části a) a b) řešte nejprve obecně a pak pro zadané hodnoty, část c) řešte pouze číselně v základních jednotkách uvedených veličin.

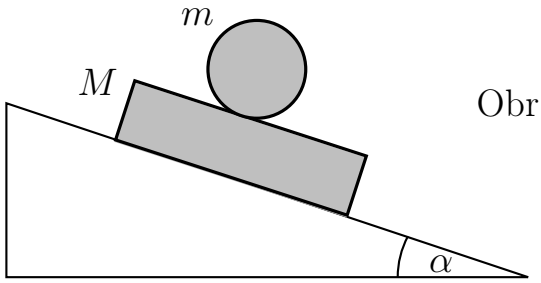
2. Nakloněná rovina s deskou a válcem

Na nakloněnou rovinu se sklonem α položíme desku ve tvaru kvádru o hmotnosti M a současně na ni položíme plný homogenní válec o hmotnosti m. Poté obě tělesa uvolníme. Součinitel smykového tření mezi deskou a nakloněnou rovinou je f. Třecí síla mezi deskou a válcem je natolik velká, že válec neprokluzuje.

a) Určete velikost zrychlení a_1 válce vzhledem k nakloněné rovině a velikost zrychlení a_2 desky vzhledem k nakloněné rovině.

b) Určete minimální součinitel $f_{\min}$ smykového tření mezi deskou a válcem, aby nedošlo k prokluzování.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $\alpha_1 = 15°$, $\alpha_2 = 40°$, $m = 0{,}60M$, $f = 0{,}30$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.



Obr. 1

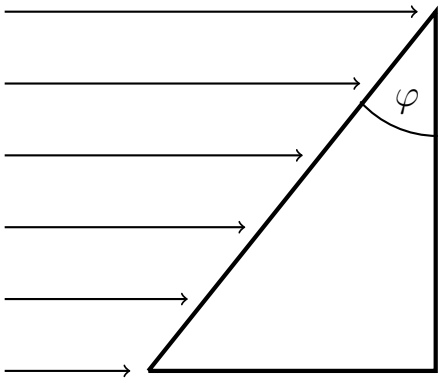
3. Durový akord

Homogenní kruhová deska o poloměru R a o hmotnosti M je zavěšena ve vodorovné poloze na třech svislých stejně dlouhých strunách. Body zavěšení desky jsou rovnoměrně rozmístěny po jejím obvodu. Na desku máme postavit válec tak, aby byly struny naladěny v durovém akordu, to znamená, že postupný poměr jejich frekvencí je $f_1 : f_2 : f_3 = 4 : 5 : 6$. Frekvence tónu je přímo úměrná odmocnině z velikosti napínající síly, tj. $f = k\sqrt{F}$. Každá struna může být napínána silou o maximální velikosti $1{,}80Mg$.

Určete množinu všech bodů na povrchu desky, nad nimiž se může nacházet těžiště válce, a všechny možné hmotnosti m válce.

4. Pravoúhlý optický hranol

Optický hranol má podstavu tvaru pravoúhlého trojúhelníku, index lomu látkového prostředí hranolu vzhledem k okolnímu vzduchu je $n = 1{,}50$. Na hranol dopadá kolmo k jedné z navzájem kolmých stěn svazek rovnoběžných paprsků (obr. 2).
Při jakém úhlu φ optického hranolu vzájemně svírají paprsky vystupující z hranolu svislou stěnou úhel $\omega = 60°$?
Při lomu zanedbejte skutečnost, že se část světla též odráží.
V obecném řešení užijte vztahy $\sin(\arcsin x) = x$, $\cos(\arcsin x) = \sqrt{1 - \sin^2(\arcsin x)}$.

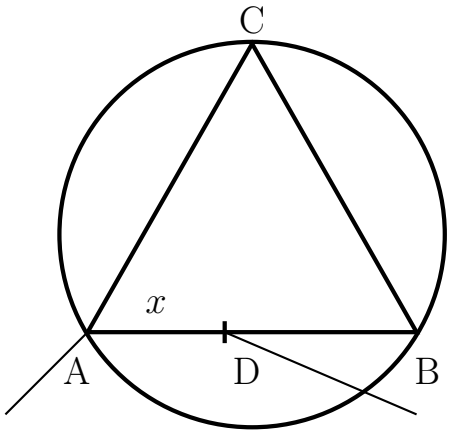


Obr. 2

5. Vodivý kruh

Z pevného drátu všude stejného průřezu byl vytvořen rovnostranný trojúhelník ABC s opsanou kružnicí o poloměru r (obr. 3). Odpor jedné strany trojúhelníka je R.

a) Jaký odpor naměříme mezi body A a B?
b) Mezi body A a B je pohyblivý kontakt D. V jaké vzdálenosti x od bodu A musíme umístit kontakt, aby odpor mezi body A a D byl maximální?

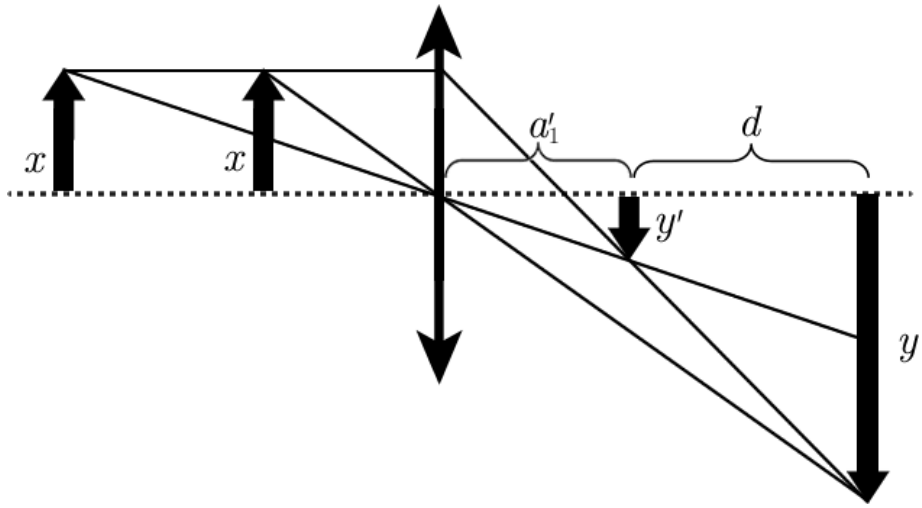


Obr. 3

6. Měření ohniskové vzdálenosti čočky Abbeovou metodou

Úkoly: Určete ohniskové vzdálenosti tří různých spojných čoček Abbeovou metodou.

Pomůcky: milimetrový papír, lampička se stojánkem, držák diapozitivů, diapozitiv s písmenem, 3 různé spojné čočky, matnice, 4 stojánky, pravítko, školní regulátor napětí nebo jiný zdroj, 2 vodiče.



Obr. 4

Teorie:

Ohniskovou vzdálenost čočky určíme ze vztahu

$$f = \frac{d}{Z_1 - Z_2} = \frac{dx}{y - y'}\ , \text{ kde } Z_1 = \frac{y}{x}\ , \quad Z_2 = \frac{y'}{x},$$

kde Z_1 a Z_2 jsou zvětšení čočky před a po posunutí předmětu. V obrázku a_1' je vzdálenost od čočky k y'. Odvoďte tento vztah.

Postup práce:

Pomocí milimetrového papíru změříme velikost obrázku diapozitivu x a velikost ostrého obrazu y. Předmět pak posuneme o malou vzdálenost od čočky. Najdeme ostrý obraz (stínítko jsme museli posunout o vzdálenost d) a změříme jeho velikost y'. Měříme vždy pětkrát pro různé velikosti obrazů.

Výsledek zapište s odchylkou měření a určete i relativní odchylku ze vztahu $\delta f = \frac{\Delta f}{\bar{f}} \cdot 100\ \%$. Zapište všechny výsledky s odchylkami měření ve tvaru $f = \left(\bar{f} \pm \Delta f\right)$ mm s relativní odchylkou δf a porovnejte se skutečnými hodnotami.

Čočka	$\frac{y}{\text{mm}}$	$\frac{y'}{\text{mm}}$	$\frac{d}{\text{mm}}$	$\frac{f_i}{\text{mm}}$
1...2...3				
1...2...3				
1...2...3				
1...2...3				
1...2...3				

7. Hod míčkem

Z 20. patra výškové budovy byl vržen svisle vzhůru počáteční rychlostí v_0 hladký míček o hmotnosti m. Během letu na míček působí odporová síla, jejíž velikost je přímo úměrná velikosti okamžité rychlosti míčku. Předpokládejte, že během volného pádu se síly, které na míček působí, vyrovnají. Na zem míček dopadl rychlostí o velikosti v_2.

a) Sestrojte graf závislosti okamžitého výkonu P působících sil na svislé souřadnici v rychlosti míčku. Volte $v > 0$ pro pohyb míčku směrem dolů.

b) Najděte velikost rychlosti míčku v_m v okamžiku, kdy se jeho kinetická energie mění nejrychleji v průběhu celého pohybu. Zvažte všechna možná řešení.

Návod: Časová změna kinetické energie je rovna okamžitému výkonu všech sil, které na míček působí.