

Řešení úloh 1. kola 58. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie A

Autoři úloh: J. Thomas (1, 5, 6, 7), J. Jírů (2, 3, 4)

- 1.a) Napišeme si pohybové rovnice, ze kterých vyjádříme dobu jízdy a zrychlení automobilu A:

$$v = v_0 - at \text{ a } s = v_0 t - \frac{1}{2} at^2 = v_0 t - \frac{1}{2} (v_0 - v) t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2s}{v_0 + v} = 5,57 \text{ s.}$$

$$a = \frac{v_0 - v}{t} = \frac{v_0^2 - v^2}{2s} = 7,47 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

2 body

- b) Maximální velikost zrychlení automobilu, nemají-li kola prokluzovat, je $a = fg$. Automobil se bude rozjíždět po dobu $t = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{fg} = 9,30 \text{ s}$. Přitom ujede vzdálenost $s = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2fg} = 297 \text{ m}$. K dosažení rychlosti v_0 za čas t je zapotřebí průměrný výkon

$$P = \frac{mv_0^2}{2t} = \frac{mfgv_0}{2} = 143 \text{ kW}.$$

Protože zrychlení automobilu je stálé, roste výkon motoru lineárně. Maximální hodnota výkonu $P_{\max} = mfgv_0 = 285 \text{ kW}$. Maximální výkon motoru se tedy při rozjíždění na zvyšování rychlosti nevyužije.

3 body

- c) Hodnoty tabulky přeneseme do EXCELu a sestojíme graf. Z rovnice regrese vidíme, že závislost rychlosti na čase je kvadratická $v = 0,09t^2 - 4,45t + 55,6$. Stejnou rychlost budou automobily mít za dobu t_1 , pro kterou platí

$$v_A = 0,09t_1^2 - 4,45t_1 + 55,6 = 50 \quad \Rightarrow \quad t_1 = 1,3 \text{ s.}$$

Dráha automobilu B pak bude záviset na čase podle vztahu

$$s_B = \int_0^{t_2} (0,09t^2 - 4,45t + 55,6) dt = 0,03t_2^3 - 2,22t_2^2 + 55,6t_2.$$

Automobil A urazí stejnou dráhu jako automobil B, takže

$$\begin{aligned} v_A \cdot t_2 = s_B & \Rightarrow 50t_2 = 0,03t_2^3 - 2,22t_2^2 + 55,6t_2 \quad \Rightarrow \\ & \Rightarrow 50 = 0,03t_2^2 - 2,22t_2 + 55,6 \quad \Rightarrow \\ & \Rightarrow 0,03t_2^2 - 2,22t_2 + 5,6 = 0 \quad \Rightarrow \quad t_2 = 2,6 \text{ s} \end{aligned}$$

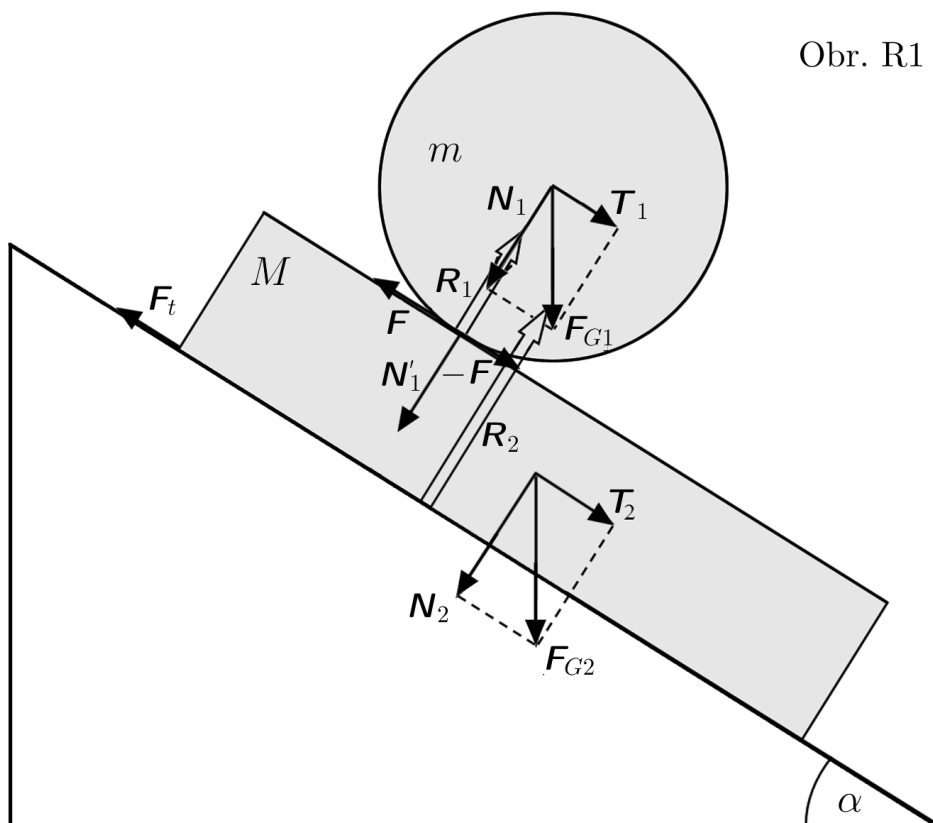
Automobil A předjede automobil B za dobu $t_2 = 2,6 \text{ s}$ ve vzdálenosti $s_B = v_A \cdot t_2 = 130 \text{ m}$ od začátku cílové rovinky.

V okamžiku, kdy automobil A předjíždí automobil B má automobil B rychlost

$$v_B = 0,09t_2^2 - 4,45t_2 + 55,6 = 45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

5 bodů

Obr. R1



2.a) Na válec působí jeho tíhová síla

$$\mathbf{F}_{G1} = m\mathbf{g} = \mathbf{N}_1 + \mathbf{T}_1,$$

kde \mathbf{T}_1 je její tečná složka (ve směru nakloněné roviny) a \mathbf{N}_1 její normálová složka (kolmá k nakloněné rovině), dále reakce kvádru $\mathbf{R}_1 = -\mathbf{N}_1$ a vlivem tření v tečném směru síla \mathbf{F} . Výslednice těchto sil určuje zrychlení válce podle pohybové rovnice

$$ma_1 = T_1 - F = mg \sin \alpha - F. \quad (1)$$

Na kvádr působí jeho tíhová síla

$$\mathbf{F}_{G2} = M\mathbf{g} = \mathbf{N}_2 + \mathbf{T}_2,$$

kde \mathbf{T}_2 je její tečná složka a \mathbf{N}_2 její normálová složka, válec silami \mathbf{N}'_1 a $-\mathbf{F}$, reakce nakloněné roviny $\mathbf{R}_2 = -\mathbf{N}_1 - \mathbf{N}_2$ a třecí síla \mathbf{F}_t proti pohybu kvádru. Výslednice těchto sil za předpokladu $T_2 + F \geq F_t$ určuje zrychlení kvádru podle pohybové rovnice

$$Ma_2 = T_2 - F_t + F = Mg \sin \alpha - f(M + m)g \cos \alpha + F.$$

Velikost síly F určíme z podmínky o neprokluzování válce

$$F = \frac{J\varepsilon}{r} = \frac{\frac{1}{2}mr^2 \cdot \frac{a_1 - a_2}{r}}{r} = \frac{1}{2}m(a_1 - a_2). \quad (2)$$

Po dosazení do pohybových rovnic a úpravě dostaneme soustavu rovnic

$$\begin{aligned} -ma_2 + 3ma_1 &= 2mg \sin \alpha, \\ \left(M + \frac{m}{2}\right)a_2 - \frac{m}{2}a_1 &= Mg \sin \alpha - f(M + m)g \cos \alpha. \end{aligned}$$

Ze soustavy rovnic plyne

$$a_1 = g \sin \alpha - \frac{M + m}{3M + m} f g \cos \alpha, \quad (3)$$

$$a_2 = g \sin \alpha - \frac{M + m}{M + \frac{m}{3}} f g \cos \alpha. \quad (4)$$

4 body

Za předpokladu $T_2 + F \leq F_t$ se kvádr naopak nerozjede, velikost jeho zrychlení je

$$a_2 = 0. \quad (5)$$

Z rovnic (1) a (2) pak pro velikost zrychlení válce plyne

$$a_1 = \frac{2}{3} g \sin \alpha. \quad (6)$$

2 body

Hraniční podmínku pro sklon nakloněné roviny mezi klidem a pohybem kvádrů získáme ze vztahu (4), v němž položíme $a_2 = 0$:

$$\operatorname{tg} \alpha = f \frac{M + m}{M + \frac{m}{3}}, \text{ resp. } f = \frac{M + \frac{m}{3}}{M + m} \operatorname{tg} \alpha. \quad (7)$$

1 bod

Číselně hraniční podmínka (7) nastane pro $\alpha = 22^\circ$. Pro $\alpha_1 = 15^\circ$ dostaneme z rovnic (5) a (6) $a_1 = 1,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $a_2 = 0$, pro $\alpha_2 = 40^\circ$ z rovnic (3) a (4) $a_1 = 5,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $a_2 = 3,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1 bod

- b) Aby válec neprokluzoval, musí minimální součinitel smykového tření mezi válcem a podložkou splňovat podmínku

$$F = \frac{1}{2} m (a_1 - a_2) = f_{\min} m g \cos \alpha,$$

z níž plyne

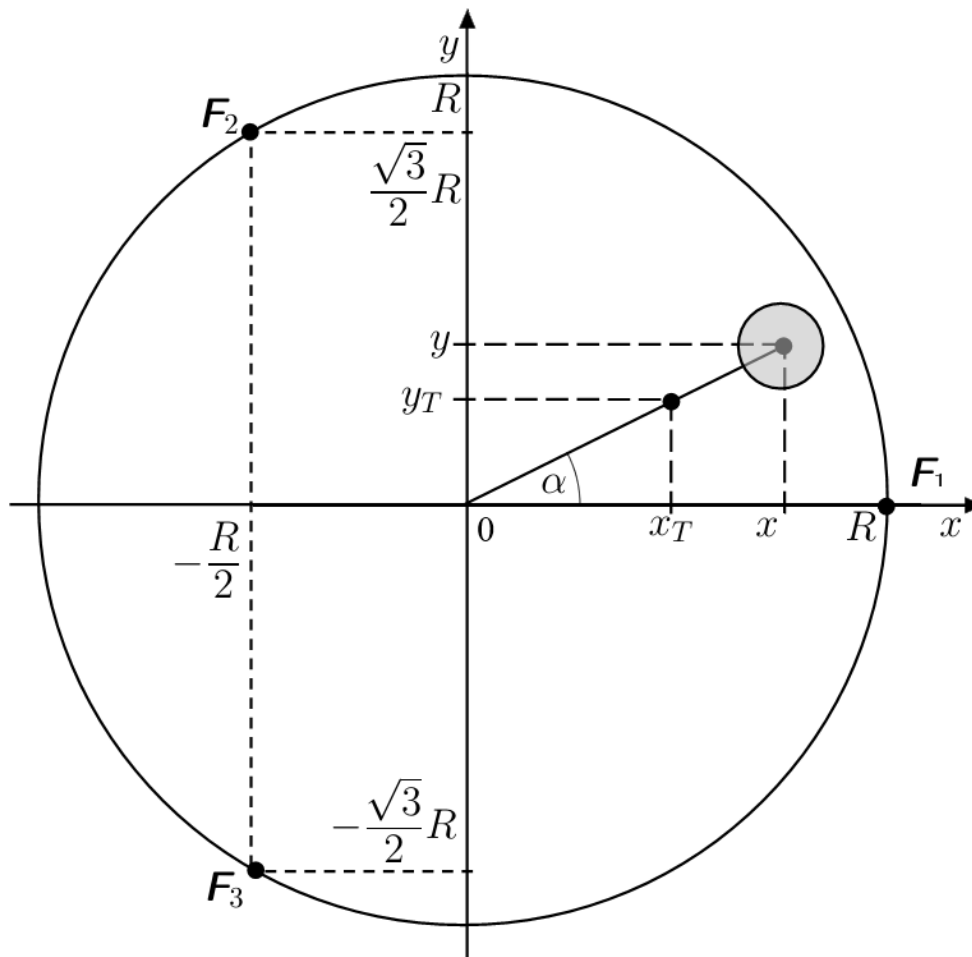
$$f_{\min} = f \frac{M + m}{3M + m} = \frac{4}{9} f = 0,13.$$

2 body

- 3.a) Označme F_1, F_2, F_3 velikosti napínajících sil odpovídající postupně frekvencím f_1, f_2, f_3 a zvolme jejich působišť v soustavě souřadnic Oxy podle obr. 2. Bez ohledu na umístění působišť sil po obvodu zvolme polohu válce s těžištěm například v 1. kvadrantu a označme x, y jeho hledané souřadnice. Na spojnici se středem desky pak leží společné těžiště desky a válce, označme jeho souřadnice x_T, y_T . Pro velikosti sil platí $F_1 : F_2 : F_3 = f_1^2 : f_2^2 : f_3^2 = 16 : 25 : 36$, tedy

$$F_2 = \frac{25}{16} F_1, \quad F_3 = \frac{9}{4} F_1.$$

1 bod



Obr. R2

Z podmínky rovnováhy podle osy y a podle osy x platí

$$(F_1 + F_2 + F_3) x_T = F_1 R - F_2 \frac{1}{2} R - F_3 \frac{1}{2} R,$$

$$(F_1 + F_2 + F_3) y_T = F_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} R - F_3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} R.$$

2 body

Z rovnic plyne

$$x_T = \frac{F_1 - \frac{1}{2} F_2 - \frac{1}{2} F_3}{F_1 + F_2 + F_3} R = \frac{1 - \frac{25}{32} - \frac{36}{32}}{1 + \frac{25}{16} + \frac{9}{4}} R = -\frac{29}{154} R = -0,188 \ 3 R,$$

$$y_T = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} F_2 - \frac{\sqrt{3}}{2} F_3}{F_1 + F_2 + F_3} R = \frac{\frac{25\sqrt{3}}{32} - \frac{36\sqrt{3}}{32}}{1 + \frac{25}{16} + \frac{9}{4}} R = -\frac{\sqrt{3}}{14} R = -0,123 \ 7 R.$$

Těžiště soustavy se nachází v 3. kvadrantu. Výhodně v polárních souřadnicích vychází

$$r_T = \sqrt{x_T^2 + y_T^2} = 0,2253 R,$$

$$\alpha_T = \pi + \operatorname{arctg} \frac{y_T}{x_T} = \pi + \operatorname{arctg} \frac{11\sqrt{3}}{29} = 1,185\pi \text{ rad} = 213^\circ.$$

2 body

Těžiště válce má v závislosti na hmotnosti m polární souřadnice

$$r = \frac{M + m}{m} r_T, \quad \alpha = \alpha_T = 213^\circ, \quad (1)$$

event. kartézské souřadnice

$$x = \frac{M + m}{m} x_T, \quad y = \frac{M + m}{m} y_T. \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Poloha válce je $r \leq R$. Čím blíže je válec obvodu desky, tím menší hmotnost válce je zapotřebí. Nejmenší hmotnost m_{\min} bude pro $r = R$:

$$m_{\min} = \frac{r_T}{R - r_T} M = \frac{0,2253}{1 - 0,2253} M = 0,291M. \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Při maximální hmotnosti m_{\max} válce budou struny napínány nejvíce. Největší síla je F_3 , její velikost bude podle zadání $1,80Mg$. Proto platí

$$F_3 = \frac{9}{4} F_1 = 1,8Mg,$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = \frac{77}{16} F_1 = (M + m_{\max}) g.$$

Z rovnic plyne

$$m_{\max} = \frac{57}{20} M = 2,85M. \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Podle rovnice (1) je odpovídající minimální vzdálenost

$$r_{\min} = \frac{M + m_{\max}}{m_{\max}} r_T = \frac{M + \frac{57}{20} M}{\frac{57}{20} M} r_T = \frac{77}{57} r_T = \frac{77}{57} \cdot 0,2253 R = 0,304R. \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

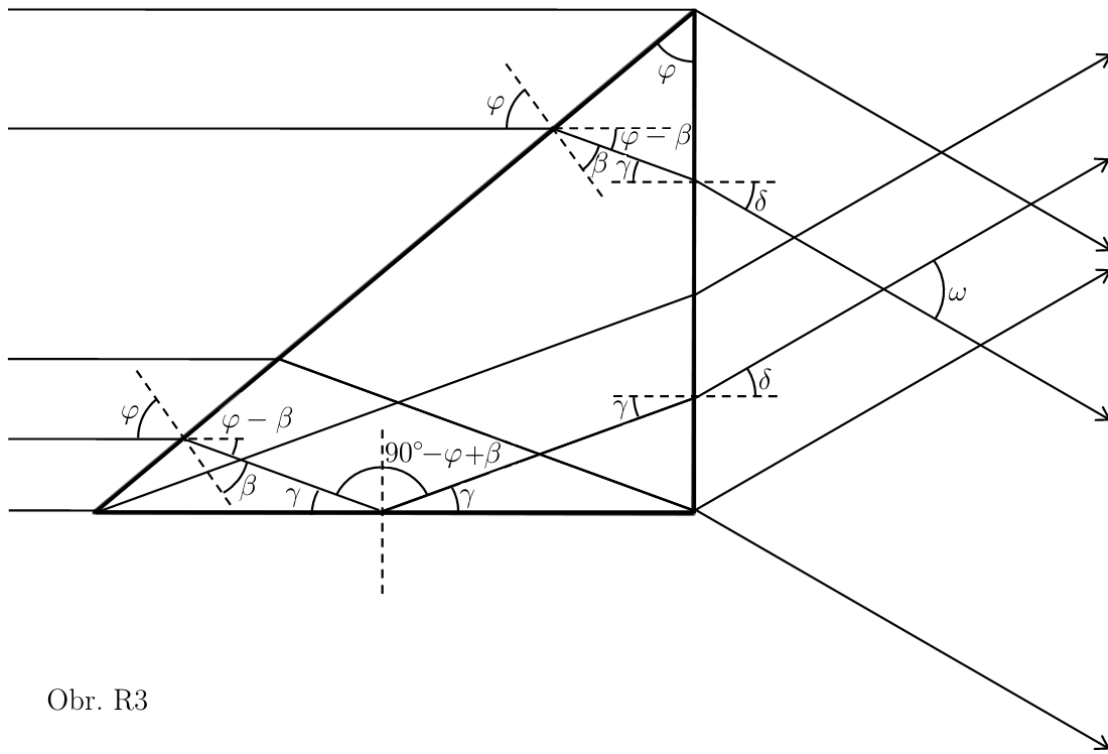
Všechny možné hmotnosti válce splňují podmínku $m \in \langle 0,291M; 2,85M \rangle$. Těžiště válce se může nacházet v intervalu vzdáleností $r \in \langle 0,304R; R \rangle$ od středu kruhové desky a vzhledem k symetrii zavěšení může radiála obsahující průmět těžiště soustavy svírat s radiálou procházející libovolným bodem zavěšení úhel $\alpha = \pm 27^\circ$. **1 bod**

4. Podle zákona lomu platí pro lom na prvním rozhraní

$$\sin \beta = \frac{\sin \varphi}{n}.$$

Horní část svazku paprsků dopadá dále na svislou stěnu hranolu, zbývající dolní část na jeho vodorovnou stěnu. Pro horní část paprsků při druhém lomu platí

$$\sin \delta = n \sin \gamma = n \sin (\varphi - \beta).$$



Obr. R3

Vzájemným dosazením dostaneme

$$\sin \delta = n \sin \left(\varphi - \arcsin \frac{\sin \varphi}{n} \right).$$

Užitím vzorce pro sinus rozdílu úhlů a dalšími úpravami pravé strany

$$\begin{aligned} \sin \delta &= n \left(\sin \varphi \cdot \cos \arcsin \frac{\sin \varphi}{n} - \cos \varphi \cdot \sin \arcsin \frac{\sin \varphi}{n} \right) = \\ &= n \left(\sin \varphi \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \arcsin \frac{\sin \varphi}{n}} - \cos \varphi \cdot \frac{\sin \varphi}{n} \right) = \\ &= n \sin \varphi \left(\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{n^2}} - \frac{\cos \varphi}{n} \right). \end{aligned}$$

nakonec dostaneme

$$\sin \delta = \sin \varphi \left(\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} - \cos \varphi \right). \quad (1)$$

Dolní část svazku paprsků dopadá na vodorovnou stěnu hranolu pod úhlem $90^\circ - \gamma$. Je nutné rozhodnout, zda dojde k lomu, nebo k úplnému odrazu. Porovnáme siny mezního úhlu α_m a úhlu dopadu $90^\circ - \gamma$:

$$\sin \alpha_m = \frac{1}{n} = \frac{2}{3},$$

$$\sin (90^\circ - \gamma) = \cos \gamma = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \delta}{n^2}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Z porovnání plyne, že nastane úplný odraz. Odražené paprsky dopadají na svislou stěnu pod úhlem $\varphi - \beta = \gamma$, tudíž úhel lomu je též δ jako u horních paprsků.

Jelikož jsou konečné úhly lomu horního a dolního svazku orientovány proti sobě, musí dle zadání splňovat podmínku $2\delta = \omega = 60^\circ$.

5 bodů

Dosazením $\delta = 30^\circ$ do rovnice (1) dostaneme

$$\frac{1}{2} = \sin \varphi \left(\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} - \cos \varphi \right).$$

Upravíme na tvar

$$\frac{1}{2} + \sin \varphi \cos \varphi = \sin \varphi \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}.$$

a umocníme. Po dalších úpravách dostaneme

$$\sin \varphi \cos \varphi = (n^2 - 1) \sin^2 \varphi - \frac{1}{4}. \quad (2)$$

Opět umocníme a po úpravách dostaneme bikvadratickou rovnici s neznámou φ :

$$(n^4 - 2n^2 + 2) \sin^4 \varphi - \frac{1}{2} (n^2 + 1) \sin^2 \varphi + \frac{1}{16} = 0.$$

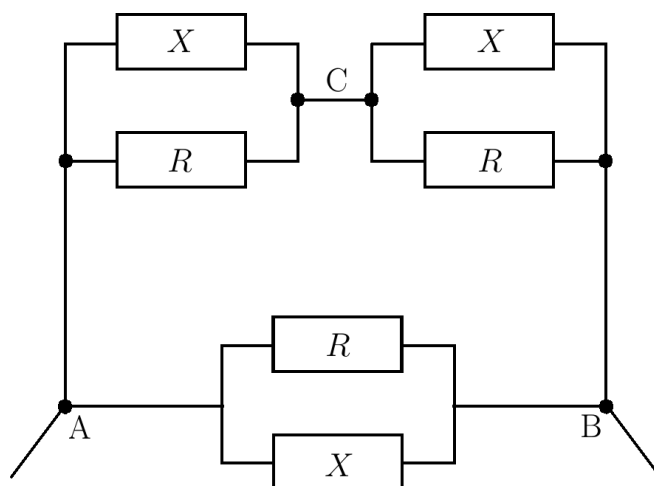
Z rovnice plyne

$$\sin^2 \varphi = \frac{n^2 + 1 \pm \sqrt{4n^2 - 1}}{4(n^4 - 2n^2 + 2)} = \frac{3,25 \pm \sqrt{8}}{10,25}.$$

Kořeny této rovnice jsou úhly $\varphi_1 = 50,4^\circ$, $\varphi_2 = 11,7^\circ$. Kořen φ_2 vyloučíme buď provedením zkoušky, nebo úvahou o rozdílnosti znamének levé a pravé strany rovnice (2) před umocněním. Řešením úlohy zůstává pouze kořen $\varphi_1 = 50,4^\circ$.

5 bodů

- 5.a) Protože těžiště trojúhelníku je ve stejném bodě, jako střed kružnice, má vodič o délce poloměru kružnice odpor $R\frac{\sqrt{3}}{3}$. Vodič o délce třetiny obvodu kružnice pak má odpor $X = \frac{2\pi R\sqrt{3}}{9}$. Překreslíme schéma:



Obr. R4

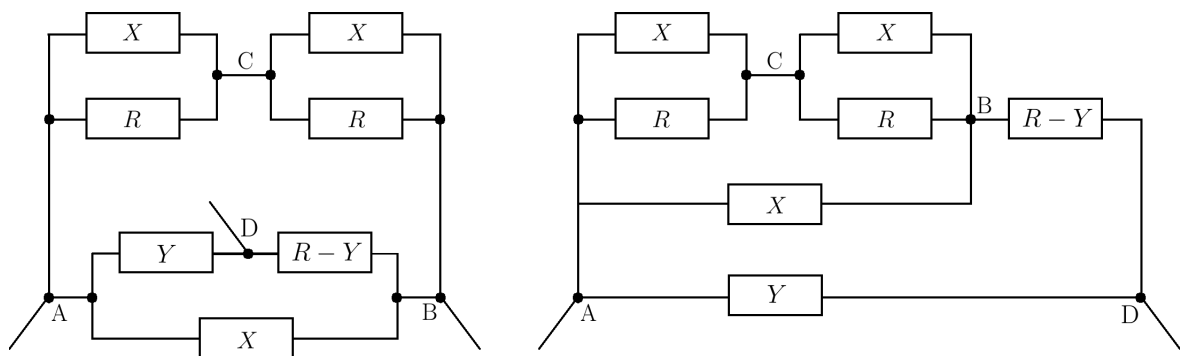
Odpor mezi body A a B pak bude

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{X} + \frac{1}{\frac{2RX}{R+X}} = \frac{R+X}{RX} + \frac{R+X}{2RX} = \frac{3(R+X)}{2RX} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{AB} = \frac{2RX}{3(R+X)} = \frac{2R \frac{2\pi R\sqrt{3}}{9}}{3 \left(R + \frac{2\pi R\sqrt{3}}{9} \right)} = \frac{4\pi R\sqrt{3}}{27 + 6\pi\sqrt{3}} = 0,365R.$$

5 bodů

- b) Je-li odpor vodiče o délce $a = \overline{AB}$ roven R , pak odpor části AD je $Y = \frac{xR}{a}$ a odpor části DB je $R - Y = \frac{(a-x)R}{a}$. Překreslíme schéma:



Obr. R5

Odpor mezi body A a D pak bude

$$\frac{1}{R_{AD}} = \frac{1}{Y} + \frac{1}{R - Y + R_{AB}}.$$

Vyjádříme odpor mezi body AB:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{X} + \frac{1}{\frac{2RX}{R+X}} = \frac{1}{X} + \frac{R+X}{2RX} = \frac{3R+X}{2RX}.$$

$$R_{AB} = \frac{2RX}{3R+X}.$$

Pak pro odpor mezi body A a D platí:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{AD}} &= \frac{1}{Y} + \frac{1}{R - Y + \frac{2RX}{3R+X}} = \frac{1}{Y} + \frac{3R+X}{(R-Y)(3R+X) + 2RX} = \\ &= \frac{(R-Y)(3R+X) + 2RX + (3R+X)Y}{[(R-Y)(3R+X) + 2RX]Y} \Rightarrow \\ R_{AD} &= \frac{(3R^2 + 3RX)Y - (3R+X)Y^2}{3R^2 + 3RX} = Y - \frac{3R+X}{3(R^2 + RX)}Y^2 \end{aligned}$$

Grafem kvadratické funkce $R = Y - aY^2 = Y(1 - aY)$ je parabola, která protíná osu R_{AD} v bodech o souřadnicích $Y = 0$ a $Y = \frac{1}{a}$, její maximum (vrchol paraboly) má souřadnici

$$Y_{max} = \frac{0 + \frac{1}{a}}{2} = \frac{1}{2a} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R^2 + RX}{3R + X} = \frac{3 \left(R^2 + \frac{2\pi R^2 \sqrt{3}}{9} \right)}{2 \left(3R + \frac{2\pi R \sqrt{3}}{9} \right)} = \frac{3(9 + 2\pi\sqrt{3})}{54 + 4\pi\sqrt{3}} R = 0,79R.$$

Vzdálenost bodu D od bodu A je tedy $x = 0,79a$, kde a je délka strany rovnostranného trojúhelníku.

5 bodů

Maximum můžeme najít také jako extrém funkce pomocí derivace: R_{AD} bude maximální, jestliže

$$\frac{dR_{AD}}{dY} = 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{3R + X}{R^2 + RX} \cdot Y = 0.$$

$$Y = \frac{3}{2} \cdot \frac{R^2 + RX}{3R + X} = \frac{3 \left(R^2 + \frac{2\pi R^2 \sqrt{3}}{9} \right)}{2 \left(3R + \frac{2\pi R \sqrt{3}}{9} \right)} = \frac{3(9 + 2\pi\sqrt{3})}{54 + 4\pi\sqrt{3}} R = 0,79R.$$

Protože druhá derivace je záporná, jde skutečně o maximum.

6. Odvození vztahu pro ohniskovou vzdálenost:

Před posunutím stínítka platí: $Z_1 = -\frac{a'_1 + d - f}{f}$.

Po posunutí stínítka platí: $Z_2 = -\frac{a'_1 - f}{f}$.

$$Z_1 - Z_2 = \frac{d}{f} \Rightarrow f = \frac{d}{Z_1 - Z_2} = \frac{dx}{y - y'}$$

Příklady naměřených hodnot (ve všech měřeních $x = 20$ mm):

Čočka	$\frac{y}{\text{mm}}$	$\frac{y'}{\text{mm}}$	$\frac{d}{\text{mm}}$	$\frac{f_i}{\text{mm}}$
1	63	50	70	108
1	100	50	250	100
1	85	50	190	109
1	70	50	98	98
1	130	50	390	97,5

Ohnisková vzdálenost první čočky je $f_1 = (103 \pm 5)$ mm s relativní odchylkou 5 %.

Čočka	$\frac{y}{\text{mm}}$	$\frac{y'}{\text{mm}}$	$\frac{d}{\text{mm}}$	$\frac{f_i}{\text{mm}}$
2	32	20	28	47
2	40	20	50	50
2	55	20	90	51
2	110	20	220	49
2	52	20	80	50

Ohnisková vzdálenost druhé čočky je $f_2 = (49 \pm 2)$ mm s relativní odchylkou 3 %.

Čočka	$\frac{y}{\text{mm}}$	$\frac{y'}{\text{mm}}$	$\frac{d}{\text{mm}}$	$\frac{f_i}{\text{mm}}$
3	30	25	35	140
3	33	25	62	155
3	35	25	75	150
3	37	25	95	158
3	47	25	180	164

Ohnisková vzdálenost třetí čočky je $f_3 = (154 \pm 9)$ mm s relativní odchylkou 6 %.

7.a) Okamžitý výkon všech sil působících na míček závisí na jeho okamžité rychlosti

$$P = mgv - kv^2.$$

Přitom urychlující síla zvětšuje kinetickou energii míčku a její výkon je kladný, brzdící síla zmenšuje kinetickou energii míčku a její výkon je záporný.

Během pádu míčku se síly, které na míček působí, vyrovnají. Míček se dál bude pohybovat rovnoměrně rychlostí v_2 , kterou dopadne na zem. Pak

$$mg - kv_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{mg}{v_2}. \quad \text{2 body}$$

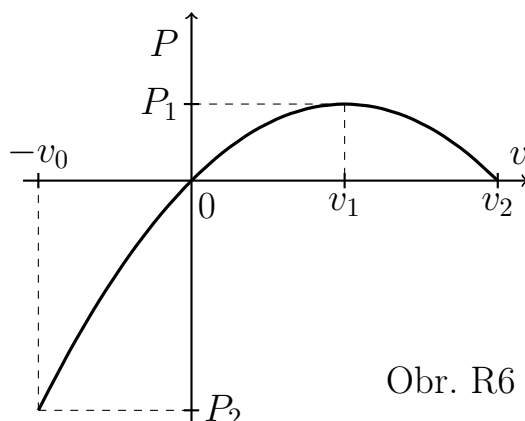
Během pohybu se rychlost míčku mění z rychlosti $-v_0$ na rychlost v_2 . Vztah pro výkon můžeme upravit na tvar

$$\begin{aligned} P = mgv - kv^2 &= -k \left[v^2 - \frac{mgv}{k} \right] = -k \left[\left(v - \frac{mg}{2k} \right)^2 - \left(\frac{mg}{2k} \right)^2 \right] = \\ &= \frac{(mg)^2}{4k} - k \left(v - \frac{mg}{2k} \right)^2 = -\frac{mg}{v_2} \left(v - \frac{v_2}{2} \right)^2 + \frac{mgv_2}{4}. \end{aligned}$$

Grafem závislosti výkonu na rychlosti je parabola (obr. R6). Vrchol paraboly odpovídá rychlosti $v_1 = \frac{v_2}{2}$.

3 body

b) Z grafu je vidět, že maximální rychlost změny kinetické energie může nastat buď pro rychlost míčku $v = v_1$ nebo pro rychlost míčku $v = -v_0$.



Obr. R6

Tomu odpovídají výkony $P_1 = \frac{mgv_2}{4}$ (E_k roste) a

$$P_2 = \frac{(mg)^2}{4k} - k\left(-v_0 - \frac{mg}{2k}\right)^2 = \frac{(mg)^2}{4k} - k\left(v_0 + \frac{mg}{2k}\right)^2 = \\ = -mgv_0 \frac{v_2 + v_0}{v_2} \quad (E_k \text{ klesá}).$$

Protože $P_2 < 0$, je $|P_2| = k\left(v_0 + \frac{mg}{2k}\right)^2 - \frac{(mg)^2}{4k} = mgv_0 \frac{v_2 + v_0}{v_2}$,

$$P_1 = \frac{mgv_2}{4} > 0 \quad \Rightarrow \quad |P_1| = P_1 = \frac{mgv_2}{4}.$$

Porovnáme výkony P_1 a P_2 a najdeme, při jaké velikosti rychlosti v_0 bude platit

$$|P_2| > |P_1| \\ mgv_0 \frac{v_2 + v_0}{v_2} > \frac{mgv_2}{4}$$

$$4v_0^2 + 4v_2v_0 - v_2^2 > 0 \text{ pro } v_0 > 0, v_0 > \frac{(\sqrt{2}-1)v_2}{2}.$$

Tedy pro $v_0 < \frac{(\sqrt{2}-1)v_2}{2}$ je $P_1 > |P_2|$, proto $v_m = v_1 = \frac{v_2}{2}$; pro $v_0 > \frac{(\sqrt{2}-1)v_2}{2}$

je $P_1 < |P_2|$ a $v_m = v_0$. Pro $v_0 = \frac{(\sqrt{2}-1)v_2}{2}$ platí obě řešení.

5 bodů