

Řešení úloh krajského kola 57. ročníku fyzikální olympiády

Kategorie C

Autoři úloh: J. Thomas (1, 2, 3), R. Horáková (4)

- 1.a) Střela se bude pohybovat v hlavni po dobu $t = \frac{2s_1}{v}$. Síla, která pohyb způsobila,

$F = \frac{m_2 v}{t} = \frac{m_2 v^2}{2s_1} = 290 \text{ N}$, má podle zákona akce a reakce stejnou velikost, ale opačný směr než síla, která působí na rameno střelce.

Poznámka: Úlohu můžeme řešit i tak, že ze ZZH nejprve určíme rychlost pušky

$v_1 = \frac{m_2 v}{m_1}$ a pak dosadíme do vztahu pro sílu $F = \frac{m_1 v_1}{t} = \frac{m_2 v}{t} = \frac{m_2 v^2}{2s_1}$.

2 body

- b) Pohyb střely je vodorovný vrh s počáteční rychlostí v . Platí tedy $\Delta h = \frac{1}{2} g t_1^2$,

kde $t_1 = \frac{s}{v}$, takže $\Delta h = \frac{g s^2}{2v^2} = 17 \text{ cm}$.

2 body

- c) Tentokrát jde o vrh šikmý vzhůru. Pro délku vrhu platí:

$$s = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{sg}{v^2} = 0,00673 \Rightarrow \alpha = 0,19^\circ.$$

2 body

Poznámka: Lze rovněž použít aproximaci

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{\Delta h}{s} = 0,19^\circ.$$

- d) Kinetická energie posuvného pohybu střely je $E_{k1} = \frac{1}{2} m_2 v^2$ ($= 193 \text{ J}$). Střela v hlavni vykonala rovnoměrně zrychleným otáčivým pohybem 3 otáčky, její průměrná úhlová rychlost při pohybu v hlavni byla $\omega_p = \frac{6\pi}{t}$. Konečná úhlová rychlost při opuštění hlavně pak $\omega = \frac{12\pi}{t}$, kde $t = \frac{2s_1}{v}$. Moment setrvačnosti střely $J = 0,43 m_2 \frac{d^2}{4}$. Postupným dosazením do vztahu pro kinetickou energii rotačního pohybu a úpravou dostaneme

$$E_{k2} = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{3,87 \pi^2 d^2 m_2 v^2}{2s_1^2}.$$

Poměr energií $\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{s_1^2}{3,87 d^2 \pi^2} \doteq 370$.

2 body

- e) Ze zákona zachování hybnosti $m_2 v = (m_2 + M) u$ a ze zákona zachování mechanické energie $\frac{1}{2} (m_2 + M) u^2 = (m_2 + M) l (1 - \cos \varphi) g$ vyjádříme

$$\cos \varphi = 1 - \frac{(m_2 v)^2}{2lg(m_2 + M)^2} = 0,9868 \Rightarrow \varphi = 9,3^\circ.$$

2 body

2.a) S otočením cívky se také odvine část kabelu. Za dobu t dělník urazí dráhu

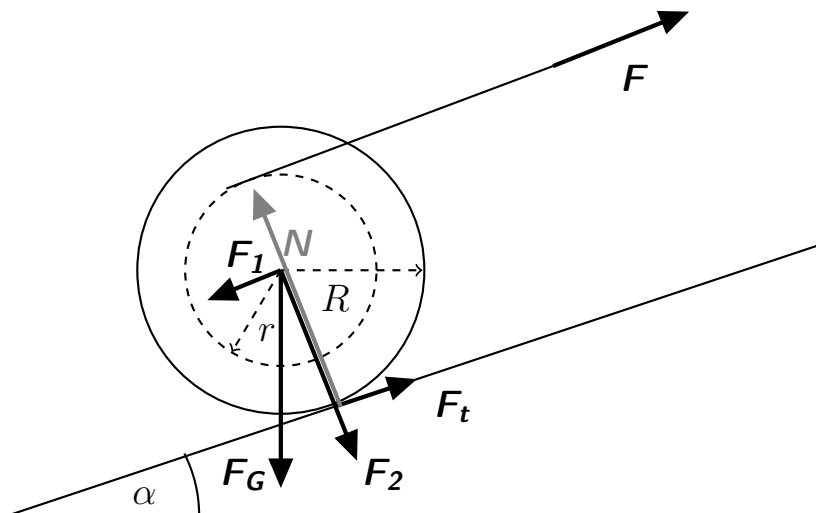
$$s = 2\pi R + 2\pi r$$

a jde tedy rychlostí

$$v = \frac{2\pi(R+r)}{t} = 1,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

3 body

- b) Protože se dělník pohybuje rovnoměrným pohybem, musí být síly i momenty všech sil v rovnováze. Na cívku působí tíhová síla se složkami o velikosti $F_1 = mg \sin \alpha$, která má opačný směr než síla F , a síla o velikosti $F_2 = mg \cos \alpha$, která je kolmá k nakloněné rovině. V bodě dotyku cívky s nakloněnou rovinou pak působí reakce nakloněné roviny N , která má opačný směr než složka F_2 , a síla tření F_t (viz obrázek R1).



Obr. R1

Cívka se otáčí kolem bodu dotyku s nakloněnou rovinou, podle momentové věty tedy musí platit

$$mg \sin \alpha \cdot R = F \cdot (R + r) \Rightarrow F = \frac{mgR \sin \alpha}{R + r} = 160 \text{ N}.$$

4 body

c) Okamžitý výkon dělníka je

$$P = F \cdot v = \frac{mgR \sin \alpha}{R + r} \cdot \frac{2\pi(R+r)}{t} = \frac{2\pi mgR \sin \alpha}{t} \doteq 220 \text{ W}.$$

3 body

3.a) Podle Archimédova zákona

$$mg = \pi \frac{d^2}{4} h_2 \rho_v g \quad \Rightarrow \quad h_2 = \frac{4m}{\pi \rho_v d^2} = 5,3 \text{ cm.}$$

2 body

Objem vody v nádobě se nezměnil. Proto

$$\frac{\pi D^2 h_1}{4} = \frac{\pi D^2 h_3}{4} - \frac{\pi d^2 h_2}{4} \quad \Rightarrow \quad h_3 = h_1 + \frac{d^2}{D^2} \cdot h_2 = h_1 + \frac{4m}{\pi D^2 \rho_v} = 21,9 \text{ cm.}$$

3 body

b) Přidáním vody o hmotnosti Δm se kádinka ponoří hlouběji o $\Delta h = \frac{4\Delta m}{\pi \rho_v d^2}$ a ke dnu se přiblíží o

$$\Delta s = \frac{\pi (D^2 - d^2)}{\pi D^2} \Delta h = \frac{(D^2 - d^2)}{D^2} \cdot \frac{4\Delta m}{\pi \rho_v d^2}.$$

Kádinka se bude pohybovat rychlostí

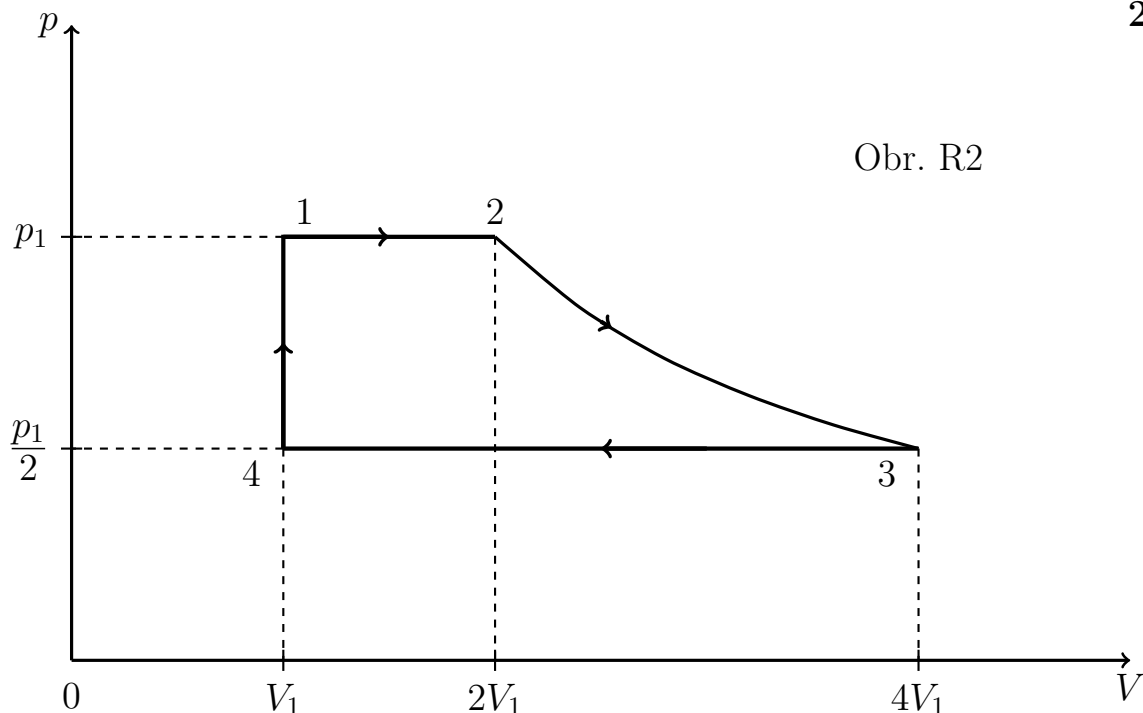
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{4 (D^2 - d^2) \Delta m}{D^2 \pi \rho_v d^2} \frac{\Delta m}{\Delta t} = 2,3 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}.$$

3 body

c) Kádinka se potopí, bude-li $h_2 = h_4$. Pak musí přitéci $\Delta m_1 = \pi \frac{d^2}{4} h_4 \rho_v - m = 130 \text{ g}$ vody. Kádinka se tedy potopí za

$$t = \frac{\Delta m_1}{\Delta m} = \frac{\pi d^2 h_4 \rho_v - 4m}{4\Delta m} = 13 \text{ s.}$$

4.a)



2 body

1 bod

- b) Stav 1: $p_1 = \frac{nRT_1}{V_1} = 2,49 \text{ MPa}$, ve stavu 2 bude teplota stejná jako ve stavu 3 a je to teplota maximální: $T_2 = T_{\max} = 2T_1 = 600 \text{ K}$, minimální teplotu bude mít plyn ve stavu 4: $T_4 = T_{\min} = \frac{T_3}{4} = \frac{T_1}{2} = 150 \text{ K}$.

2 body

- c) Účinnost $\eta_1 = \frac{W'}{Q}$, kde W' je práce vykonaná během kruhového děje a Q je celkové dodané teplo. Práce je dána součtem práce, kterou plyn vykoná při izobarické a izotermické expanzi, od této práce odečteme práci, kterou vykonají vnější síly při izobarické kompresi:

$$W' = p_1 V_1 + 2nRT_1 \ln 2 - \frac{p_1}{2} 3V_1,$$

po dosazení ze stavové rovnice dostaneme vztah

$$W' = nRT_1 + 2nRT_1 \ln 2 - 1,5nRT_1 = nRT_1(2 \ln 2 - 0,5) (= 2,21 \text{ kJ.})$$

1 bod

Teplo se dodává při izobarické expanzi, při izotermické expanzi a při izochorickém zvýšení tlaku:

$$\begin{aligned} Q &= nC_p(T_2 - T_1) + 2nRT_1 \ln 2 + nC_V(T_1 - T_4) = \\ &= \frac{7nRT_1}{2} + 2nRT_1 \ln 2 + \frac{5nRT_1}{4} = nRT_1(4,75 + 2 \ln 2) (= 15,3 \text{ kJ.}) \end{aligned}$$

2 body

$$\eta_1 = \frac{W'}{Q} = \frac{2 \ln 2 - 0,5}{2 \ln 2 + 4,75} = 0,144, \quad \eta_1 = 14,4 \%$$

1 bod

- d) Práce vykonaná během kruhového děje nezávisí na tom, zda se jedná o jednoatomový nebo dvouatomový plyn. Vypočítáme teplo, které bude dodáno jednoatomovému plynu:

$$\begin{aligned} Q &= nC_p(T_2 - T_1) + 2nRT_1 \ln 2 + nC_V(T_1 - T_4) = \\ &= \frac{5nRT_1}{2} + 2nRT_1 \ln 2 + \frac{3nRT_1}{4} = nRT_1(3,25 + 2 \ln 2) (= 11,6 \text{ kJ.}) \end{aligned}$$

1 bod

$$\eta_2 = \frac{W'}{Q} = \frac{2 \ln 2 - 0,5}{2 \ln 2 + 3,25} = 0,191, \quad \eta_2 = 19,1 \%$$

1 bod

- e) Účinnost je větší u jednoatomového plynu – u dvouatomového plynu se část dodaného tepla spotřebuje na rotační energii molekul. (Dvouatomový plyn spotřebuje na stejnou změnu teploty více tepla než jednoatomový plyn – vnitřní energie dvouatomového plynu se skládá z posuvného i rotačního pohybu molekul.)

1 bod