Úlohy 1. kola 57. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

1. Rozjezd automobilů

Dva automobily s motory o stejném maximálním výkonu $P = 110$ kW mají stejný rozvor náprav $d = 2{,}5$ m a těžiště ve výšce $h = 0{,}60$ m nad vozovkou ve stejné vzdálenosti od obou náprav. Hmotnost obou automobilů je $m = 1\,300$ kg. První automobil má náhon na přední nápravu, druhý automobil má náhon na zadní nápravu. Automobily se rozjíždí z klidu tak, aby vzdálenost $s = 20$ m urazily v co nejkratší době. Součinitel smykového tření mezi koly a vozovkou je $f = 0{,}80$. Valivý odpor kol a odpor vzduchu zanedbejte.

a) Určete velikosti a_1, a_2 maximálních dosažitelných zrychlení obou automobilů.

b) Který automobil bude u značky 20 m dříve a jaké budou časy obou automobilů?

c) Stačí uvedený maximální výkon automobilů na dosažení těchto časů?

2. Padající kotouč

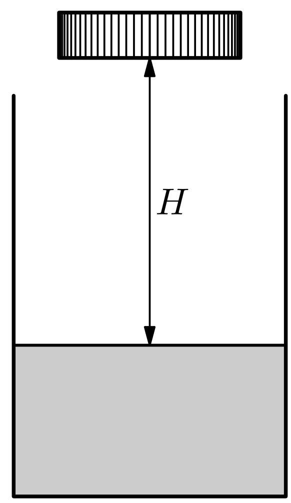
Na hladinu vody o hustotě ϱ_0 ve válcové nádobě s poloměrem R je z výšky H puštěn dřevěný kotouč tvaru nízkého válce s poloměrem podstavy r, o výšce h a o hustotě ϱ (viz obr. 1). Určete:

a) hloubku h_1, do které bude kotouč ponořen po ustálení hladiny,

b) zvýšení h_2 hladiny vody ve válci po jejím ustálení,

c) změnu vnitřní energie celé soustavy při tomto ději.

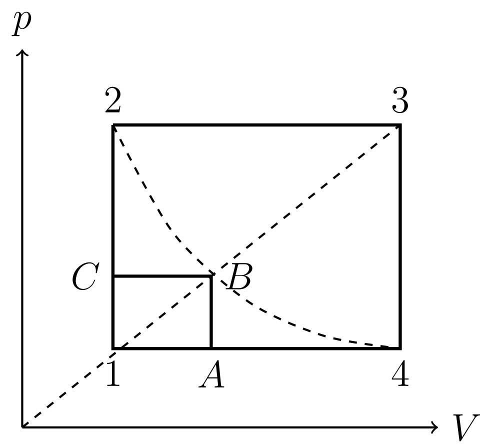
Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $\varrho_0 = 1\,000\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, $\varrho = 740\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, $R = 12$ cm, $H = 30$ cm, $r = 8{,}0$ cm, $h = 4{,}0$ cm. Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.



Obr. 1

3. Kruhový děj

S ideálním plynem s dvouatomovými molekulami byl proveden kruhový děj 1-2-3-4-1 (obr. 2). Během jednoho cyklu přijal plyn od ohřívače teplo Q. Jaké teplo Q_1 přijme plyn od ohřívače při jednom cyklu 2-3-4-A-B-C-2, víme-li, že teplota $T_3 = 4T_1$ a bod 2, bod 4 a bod B leží na stejné izotermě? Přímka spojující body 1, B a bod 3 prochází počátkem. Určete teploty $T_2 = T_4 = T_B$ a teploty T_C a T_A. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $T_1 = 300$ K a $Q = 25$ kJ. Vnitřní energie plynu s dvouatomovými molekulami $U = \frac{5}{2}nRT$.



Obr. 2

4. Harfa

Malou harfu tvoří pevný rám, na němž je vypnuto 13 strun. Struny jsou rovnoběžné ve stejných vzájemných vzdálenostech. Délky strun tvoří aritmetickou posloupnost, nejkratší má délku l_0, nejdelší $2l_0$. Krajní struny jsou napínány každá silou stejné velikosti F_0. Struny jsou naladěny tak, že jejich základní tóny tvoří temperovanou chromatickou stupnici v rámci jedné oktávy. To znamená, že frekvence základních tónů strun se řídí geometrickou posloupností s kvocientem $\sqrt[12]{2}$. Frekvence tónu napnuté struny je přímo úměrná druhé odmocnině velikosti napínající síly a nepřímo úměrná délce struny: $f = K\frac{\sqrt{F}}{l}$.

a) Označme pořadí strun $n \in \{0, 1, 2, 3...12\}$ od nejdelší k nejkratší. Odvoďte funkční závislost poměru $\frac{F_n}{F_0}$ na pořadí n struny.

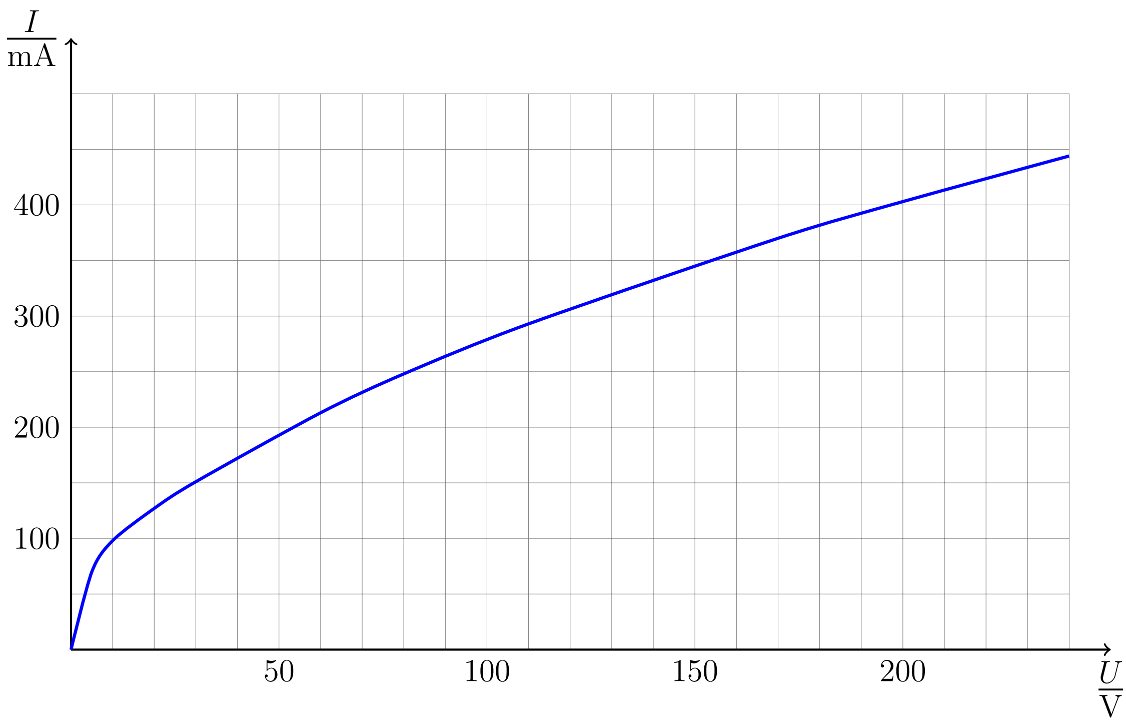
b) Určete, která struna je nejvíce a která nejméně napínána, a velikost celkové síly, kterou struny působí na rám harfy. K řešení využijte např. Excel.

5. Žárovka v sérii s kondenzátorem

Na obr. 3 je nakreslena voltampérová charakteristika žárovky o jmenovitém výkonu $P_\mathrm{j} = 100$ W určená pro síťové napětí o frekvenci 50 Hz a efektivní hodnotě $U_0 =$ $= 230$ V sestrojená podle tabulky změřených hodnot:

U/V	0	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
I/mA	0	70	98	127	151	173	194	213	231	248	264	279	293

U/V	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240
I/mA	307	320	333	346	358	370	381	392	403	414	424	434	444

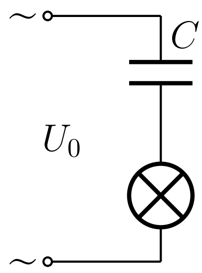


Obr. 3

Žárovku připojíme k síti sériově s kondenzátorem o kapacitě $C = 8\ \mu\text{F}$ (obr. 4).

a) Jaký proud bude obvodem procházet a jaké bude napětí na žárovce? Řešte graficky nebo pomocí vhodné tabulky.

b) Jaký bude výkon žárovky a celkový výkon v obvodu?



Obr. 4

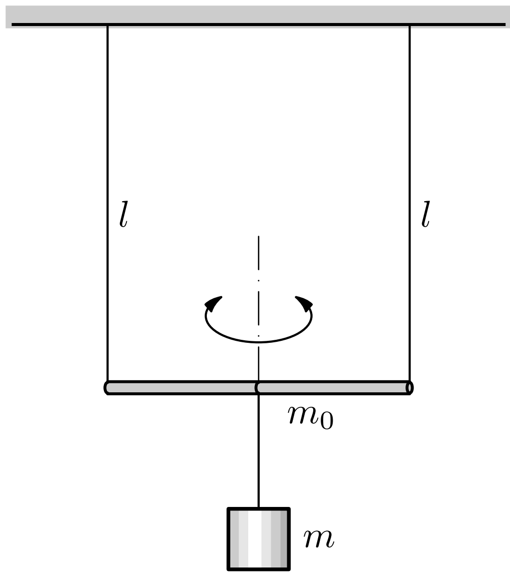
6. Kmity zatížené tyče

Homogenní tyč o hmotnosti m_0 na svých koncích zavěsíme na vzájemně rovnoběžné nitě délky l zanedbatelné hmotnosti do vodorovné polohy. Ve středu tyče na další nit zavěsíme závaží s měnitelnou hmotností m. Vodorovnou tyč nepatrně vychýlíme otočením kolem svislé osy, po uvolnění bude konat rotační kmity, přičemž se rotace nesmí přenášet na zavěšené závaží.

Lze odvodit, že perioda kmitů je určena vztahem

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_0 l}{3\,(m_0 + m)\,g}}.$$

Vztah experimentálně ověříme.



Obr. 5

Úkoly:

a) Ze vztahu odvoďte, že druhá mocnina frekvence f kmitů je lineární funkcí hmotnosti m závaží, tj. že platí

$$f^2 = Am + B,$$

kde A, B jsou konstanty. Obě konstanty vyjádřete.

b) Sestavte aparaturu, délku závěsů volte aspoň pětkrát větší než je délka tyče. Změřte délku l závěsů a hmotnost m_0 tyče.

c) Pro 8 až 10 různých hmotností m (včetně nulové) změřte N period rotačních kmitů, výsledky zapište do tabulky.

d) Sestrojte graf závislosti kvadrátu f^2 frekvence kmitů na hmotnosti m závaží. Graf vytvořte počítačem (např. v Excelu). V případě Excelu si vytvořte tabulku, zapište do ní naměřené údaje a v dalších dvou sloupcích proveďte výpočty periody a kvadrátu frekvence pomocí vložené funkce. Kurzorem označte dvojici sloupců m a f^2 s daty a vložte *Graf.* Volte typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů) – zobrazí se soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich z nabídky zvolte *Přidat spojnici trendu* a dále vyberte vhodný *Typ trendu a regrese lineární.* Tím se zobrazí přímka, která proloží zobrazené body v grafu. Zobrazte též *Rovnici regrese*, tj. rovnici získané přímky.

e) Porovnejte hodnoty A, B získané měřením s hodnotami v rovnici regrese a zformulujte závěr.

Pomůcky: Stativová souprava, závitová tyč, sada závěsných závaží, nit, stopky, délkové měřidlo, váhy.

Číslo měření	$\frac{m}{\mathrm{kg}}$	$\frac{NT}{\mathrm{s}}$	$\frac{T}{\mathrm{s}}$	$\frac{f^2 = T^{-2}}{\mathrm{s}^{-2}}$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

7. Elektrický kalorimetr

V tepelně izolované nádobě – kalorimetru – jsou dvě topné spirály a určité množství vody o hmotnosti m. Při připojení první spirály na zdroj stálého napětí U se za určitou dobu τ vypaří 60 % vody. Při zapojení druhé spirály ke stejnému zdroji se za stejnou dobu odpaří 20 % vody. Počáteční teplota vody je v obou případech 20 °C. Tepelnou kapacitu kalorimetru a topných spirál můžeme zanedbat. Topné spirály jsou vyrobeny z drátu o malém teplotním součiniteli odporu, jejich odpor a elektrický výkon můžeme považovat za konstantní. Měrná tepelná kapacita vody je $c = 4\ 200\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, měrné skupenské teplo varu vody za normálního atmosférického tlaku je $l_\mathrm{v} = 2,26 \cdot 10^6\ \mathrm{J \cdot kg^{-1}}$.

a) Kolik % vody se odpaří, když zapojíme obě spirály sériově?

b) Kolik % vody se odpaří, když zapojíme obě spirály paralelně?

c) Jak se změní výsledek v části a), použijeme-li dvojnásobné množství vody?