

Experimentální úloha celostátního kola 56. ročníku FO, kat. A

České Budějovice 2015

Studium tlumených kmitů kapaliny v U-trubicí

Pomůcky

U-trubice, nádobka, kapalina, papírová měřítka, fixy, hadřík, stopky, desinfekční roztok, ubrousky

Teorie

V U-trubicí, umístěné svisle, se nachází kapalina (voda se saponátem). Po vychýlení sloupce kapaliny z rovnováhy dojde k jeho tlumenému kmitavému pohybu, který lze přibližně popsat rovnicí

$$y = A_0 e^{-bt} \left(\cos \omega t + \frac{b}{\omega} \sin \omega t \right) \quad (1)$$

kde y je výchylka sloupce v okamžiku t , A_0 je výchylka v počátečním okamžiku $t = 0$, ω je úhlová frekvence kmitů a b je tzv. konstanta útlumu. Člen s funkcí sinus ve vzorci zajišťuje počáteční nulovou rychlost sloupce kapaliny a při zpracování úlohy nehraje žádnou roli. V okamžicích $t = nT$, kde $T = 2\pi/\omega$ je perioda kmitů a $n = 1, 2, \dots$ je posloupnost přirozených čísel, se sloupec zastaví ve svém lokálním maximu $A_n = A_0 e^{-nbT}$. V první části úlohy budete určovat parametry ω a b kmitů (1) v závislosti na celkové délce L kapalného sloupce. Ve druhé části úlohy budete ověřovat, do jaké míry odpovídají tyto veličiny hodnotám, vyplývajícím z jednoduchého teoretického modelu tlumených kmitů.

Úkoly

Měření doby kmitu provádějte pro alespoň tři různé délky kapalného sloupce a měření koeficientu útlumu proveďte pro jednu vybranou délku kapalného sloupce. Jeho délku volte v rozmezí 100 až 160 cm.

1)

- a) Z celkové doby trvání několika dobře rozlišitelných kmitů určete dobu jednoho kmitu. Měření několikrát zopakujte, z naměřených hodnot stanovte střední hodnotu a odhadněte chybu jednoho měření. Z doby kmitu odvoďte i úhlovou frekvenci ω a její chybu. Veličiny T a ω (včetně jejich chyb) pro jednotlivé délky L sloupce kapaliny zapište do tabulky.
- b) Po rozkmitu vyznačujte na trubici pomocí stíratelného fixu posloupnost maximálních výchylek A_n , $n = 1, 2, \dots$, a zapište ji do tabulky. Měření posloupnosti výchylek může být zatíženo značnou chybou, proto je proveďte alespoň dvakrát, přitom počáteční výchylka může být pokaždé jiná. Dílčí hodnoty koeficientu útlumu b určujte z podílu dvou sousedních amplitud, odlehle (zjevně chybné) hodnoty ze zpracování vynechejte. Měření zpracujte též graficky.

2)

Přesný teoretický popis kmitů tekutiny v U-trubici je složitý. Na kmity mají vliv různé síly, které nespádají do kategorie ideálních harmonických nebo ideálních viskózních sil. Navíc sloupec nekmitá jako jeden celek – v průběhu kmitání se profil rychlostí mění v závislosti na vzdálenosti od osy sloupce. Z těchto a dalších důvodů je vzorec (1) pouze aproximativní.

- a) Odvoďte teoretický vztah pro úhlovou frekvenci ω_0 a dobu kmitu T_0 netlumených harmonických kmitů kapalného sloupce v závislosti na jeho délce L . Pro měřené délky porovnejte veličiny T_0 a T .
- b) Mezi frekvencí ω_0 ideálních netlumených kmitů, vyvolaných pouze harmonickou silou úměrnou výchylce, a frekvencí ω ideálních tlumených kmitů, s viskózní silou úměrnou okamžité rychlosti kmitu, platí

$$\omega_0^2 = \omega^2 + \beta^2, \quad (2)$$

kde β je koeficient útlumu, odpovídající koeficientu b ze vztahu (1). Vypočítejte hodnoty tohoto koeficientu pro jednotlivé délky kapalného sloupce a uveďte je v tabulce spolu s hodnotami b z úlohy 1b). Z porovnání obou sad hodnot zhotovte, do jaké míry odpovídá ideální model tlumených kmitů reálným kmitům v U-trubici.

Pokyny

Počáteční výchylku nastavíte vyfukováním kapalného sloupce z jednoho konce trubice. Tento konec je možné předtím otřít ubrouskem, napuštěným desinfekčním roztokem. Dosaženou výchylku můžete po krátkou dobu fixovat ucpáním druhého konce trubice palcem.

Při měření maximálních výchylek doporučujeme vynechat ze zpracování počáteční výchylku A_0 , proces kmitání není v počáteční fázi ještě ustálen.

V experimentální části se především zaměřte na samotná měření, na zpracování dat bude vyhrazen samostatný čas.

Pro vybranou délku L sloupce kapaliny proveďte zároveň měření doby kmitu i posloupnosti výchylek. Teprve po ukončení všech těchto měření změňte délku L sloupce kapaliny jejím dolitím nebo naopak odlitím či vyfouknutím.

Pomůcka pro určení délky vodního sloupce: vzdálenost drátěných úchytů hadice je 30 cm.

Maximální výchylky jednotlivých kmitů vyznačujte fixem, nejlépe přímo na trubici. Po ukončení každého měření setřete značky hadříkem.