



Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

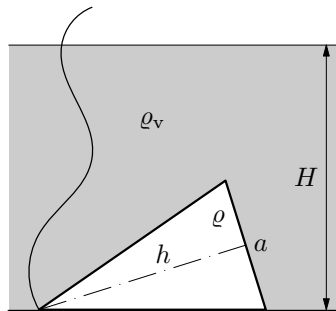
## Teoretické úlohy celostátního kola 55. ročníku FO

HOLEŠOV 2014

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

### 1. Ležící jehlan

Na vodorovném dně nádrže s vodou o hloubce  $H$  leží na boku pravidelný homogenní čtyřboký jehlan s délkou podstavné hrany  $a$  a výškou  $h$  (obr. 1). Hustota materiálu jehlanu  $\rho$  je větší než hustota vody  $\rho_v$ . Hloubka nádrže je větší, než stěnová výška jehlanu. Objem nádrže je mnohonásobně větší než objem jehlanu. Jehlan budeme zvedat pomocí niti upevněné k malému háčku na vrcholu.



Obr. 1

- Odvoďte vztah pro výpočet vzdálenosti těžiště pravidelného homogenního jehlanu od podstavy.
- Určete nejmenší práci  $W_1$  potřebnou k postavení jehlanu na jeho podstavu.
- Určete nejmenší práci  $W_2$  potřebnou na vytažení jehlanu stojícího na dně těsně nad hladinu vody.

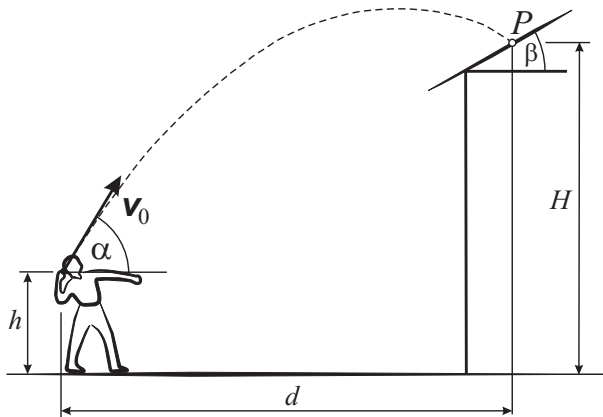
Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty:  $H = 1,20 \text{ m}$ ,  $a = 10,0 \text{ cm}$ ,  $h = 16,0 \text{ cm}$ ,  $\rho = 2700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $\rho_v = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

## 2. Hod míčku na střechu

Na obr. 1 je nakreslen chlapec, který házel malým míčkem (hopíkem) šikmo vzhůru pod úhlem  $\alpha$  na střechu domu, která svírá s vodorovným směrem úhel  $\beta$ . Míček opustil chlapcovu ruku ve výšce  $h$  a dopadl na střechu do bodu  $P$ , který má vodorovnou vzdálenost  $d$  od místa vrhu a nachází se ve výšce  $H$  nad vodorovnou rovinou. Od střechy se pružně odrazil a dopadl po odrazu na zem. Určete

- velikost  $v_0$  počáteční rychlosti, kterou chlapec míček hodil,
- úhel  $\gamma$  dopadu míčku na střechu vzhledem k vodorovné rovině, úhel  $\delta$  vzhledem k vodorovné rovině, pod kterým se míček odrazil zpět, a velikost  $v_1$  rychlosti dopadu míčku na střechu,
- polohu místa na zemi, kam míček po odrazu dopadl.

Úlohu a) řešte nejprve obecně, pak pro zadané hodnoty  $H = 3,5$  m,  $h = 1,5$  m,  $d = 5,0$  m,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 30^\circ$ , úlohy b) a c) pouze pro zadané hodnoty. Odpor prostředí zanedbejte. Odraz míčku považujte za dokonale pružný.



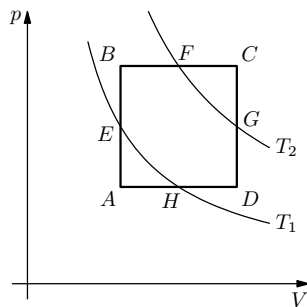
Obr. 1

### 3. Účinnost kruhového děje

Kruhový děj, jehož  $p$ - $V$  diagram je na obr. 1, se skládá ze dvou dějů izochorických a dvou dějů izobarických. Pracovní látkou je 1 mol ideálního plynu s dvouatomovými molekulami. Středů spodní izobary a levé izochory leží na stejné izotermě s odpovídající teplotou  $T_1$ , středů horní izobary a pravé izochory leží na stejné izotermě s odpovídající teplotou  $T_2$ .

- Určete teploty plynu v bodech  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a  $D$ .
- Určete práci plynem vykonanou během kruhového děje  $ABCD$ .
- Určete teoretickou účinnost tepelného stroje, který by podle tohoto cyklu pracoval.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty  $T_1 = 300$  K,  $T_2 = 700$  K.



Obr. 1

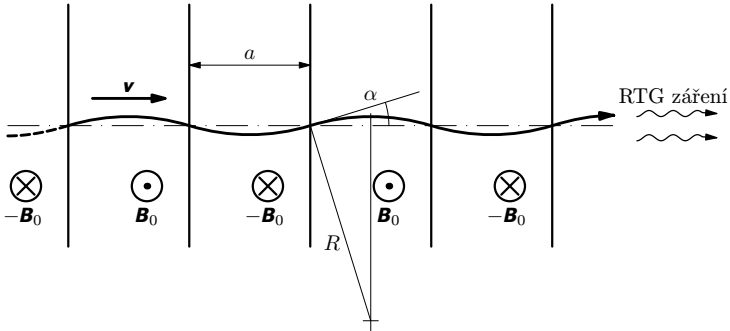
#### 4. Undulátor

Ve výzkumném centru SLAC ve Stanfordu se při přípravě laserového rentgenového záření používá tzv. *undulátor*, ve kterém se elektrony urychlené lineárním urychlovačem na celkovou energii až  $E = 14$  GeV nechají prolétnout 112 m dlouhou soustavou opačně orientovaných homogenních magnetických polí s indukcí o velikosti  $B_0 = 1,25$  T, každé o šířce  $a = 1,5$  cm. Tím se jejich trajektorie nepatrně zvlíní (obr. 1). Po výstupu z undulátoru jsou elektrony odchýleny magnetickým polem do absorběru. Elektrony, které se pohybují velkou rychlostí po zakřivené trajektorii, vyzařují ve směru svého pohybu rentgenové záření o vlnové délce

$$\lambda = \frac{a}{\gamma^2} \left( 1 + \frac{K^2}{2} \right),$$

kde  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  je Lorentzův faktor a  $K = \frac{eB_0a}{\pi m_e c}$  je undulátorový parametr.

Elektrony se při průchodu undulátorem sdružují do „mikroobláček“ a díky tomu je vystupující rentgenové záření silně koherentní.



Obr. 1

- Porovnejte celkovou energii  $E$  elektronu, který vstupuje do undulátoru, s jeho klidovou energií  $E_0$ . O kolik % se liší rychlost  $v$  elektronu od rychlosti  $c$  světla ve vakuu?
- Jaký je poloměr  $R$  oblouků kružnic, po kterých se elektron pohybuje v každé části undulátoru? Určete vstupní úhel  $\alpha$  a maximální vzdálenost  $d$  elektronu od osy undulátoru.
- Určete vlnovou délku  $\lambda$  vznikajícího rentgenového záření a porovnejte energii  $E_f$  fotonu tohoto záření s celkovou energií elektronu při vstupu do undulátoru.

Klidová hmotnost elektronu  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg,  $c = 3,0 \cdot 10^8$  m·s<sup>-1</sup>, elementární náboj  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C, Planckova konstanta  $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$  J·s.

Při řešení podle potřeby využijte aproximaci  $\sqrt{1 \pm x} \approx 1 \pm \frac{x}{2}$  pro  $x \ll 1$ .