



Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Teoretické úlohy celostátního kola 54. ročníku FO

BRNO 2013

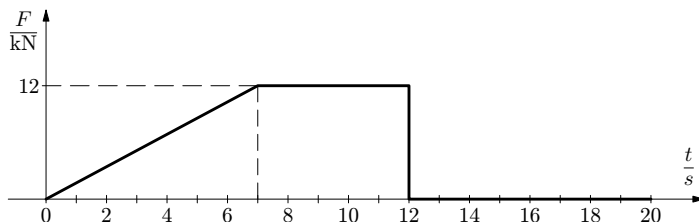
Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Roztlačování železničního vozu

Na železniční vagón o hmotnosti $m = 20\,000 \text{ kg}$, který byl na vodorovných kolejích v klidu, začne působit lokomotiva tlačnou silou, jejíž velikost v závislosti na čase je dána grafem (obr. 1). Určete

- maximální velikost v_m rychlosti vagónu,
- čas t' , v němž vagón bude mít okamžitou rychlost $v' = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,
- dráhu uraženou vagónem v čase 20 s.

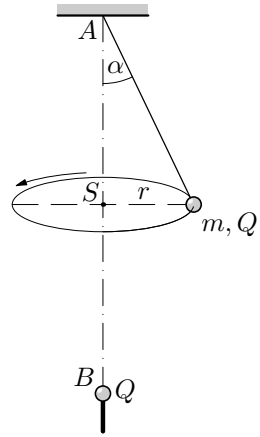
Valivý odpor kol zanedbejte.



Obr. 1

2. Nabité kuželové kyvadlo

Kuželové kyvadlo upevněné v bodě A (obr. 2) je tvořeno nabitou kuličkou hmotnosti m zavěšenou na vlákně, která obíhá ve vodorovné rovině stálou úhlovou rychlostí ω . Náboj kuličky je Q , hmotnost niti je v porovnání s hmotností kuličky zanedbatelná. Poloměr kružnice, po které obíhá kulička je r . V ose otáčení kyvadla je v bodě B umístěna druhá kulička nabitá stejně velkým souhlasným nábojem. Vzdálenost $|AS| = |BS|$. Závěs kyvadla svírá se svislým směrem úhel α .



Obr. 2

- Jak velký je náboj Q kuliček?
- Jakou silou \mathbf{T} je napínána nit, na které je kyvadlo zavěšeno?
- Jakou úhlovou rychlostí ω_1 by musela kulička kyvadla obíhat po stejné trajektorii, kdyby kuličky nesly náboj shodné velikosti Q_1 , ale opačného znaménka? Jakou silou \mathbf{T}_1 teď bude napínána nit?

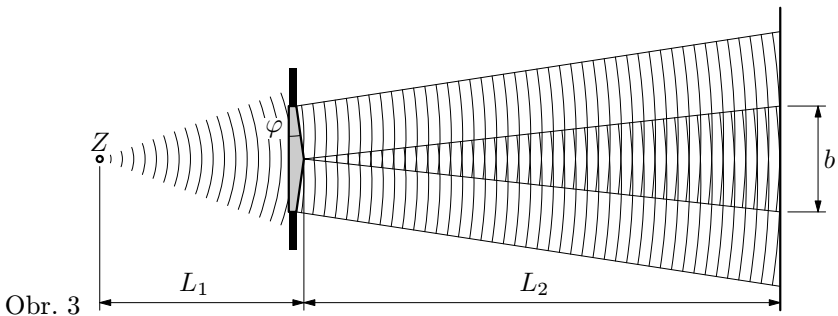
Řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty: $\omega = 10,0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $r = 5,00 \text{ cm}$, $m = 10,0 \text{ g}$, $\alpha = 30,0^\circ$, $Q_1 = 0,10 \text{ } \mu\text{C}$, $k = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

3. Fresnelův dvojhranol

Štěrbinový zdroj monochromatického světla o vlnové délce λ osvětluje ze vzdálenosti L_1 souměrný tenký skleněný dvojhranol vyrobený ze skla o indexu lomu n (obr. 3). Obě poloviny dvojhranolu mají stejný lámavý úhel φ . Lomem světla v hranolu vznikají dvě koherentní světelná vlnění, která spolu interferují na stínítku ve vzdálenosti L_2 od hranolu v pruhu vymezeném paprsky procházejícími středem hranolu.

- Určete šířku b pruhu, kde dochází k interferenci.
- Určete šířku interferenčních proužků, které vzniknou na stínítku.

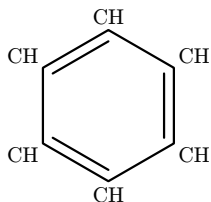
Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $\lambda = 546 \text{ nm}$, $n = 1,57$, $\varphi = 1,0^\circ$, $L_1 = 20 \text{ cm}$, $L_2 = 3,0 \text{ m}$. Návod: Pro malé úhly můžete využít aproximaci $\sin x \approx \text{tg } x \approx x$.



Obr. 3

4. Molekula benzenu

Molekula benzenu má tvar šestiúhelníku, jehož vrcholy tvoří atomy uhlíku. Ke každému z nich se váže jeden atom vodíku. Dříve se vědci domnívali, že struktura benzenu odpovídá kruhové molekule s pravidelným střídáním jednoduchých a dvojných vazeb (obr. 4). Dnes víme, že díky dokonalé delokalizaci π -elektronů charakter jednoduchých a dvojných vazeb zaniká a všem šesti π -elektronům dovoluje poměrně volný pohyb v jedno-rozměrném koridoru vymezeném skeletem jednoduchých uhlíkových vazeb. Na tyto π -elektrony lze pak pohlížet jako na volné částice v přibližně kruhové potenciálové jámě délky $6a$, kde a je vzdálenost jader sousedních atomů uhlíku.



Obr. 4

- Užitím Bohrovy kvantové podmínky pro kruhový pohyb elektronu určete možné hodnoty E_n energie π -elektronu v molekule benzenu.
- π -elektrony obsadí jednotlivé energetické hladiny podle Pauliho principu a podle principu minima energie. Určete energii nejvyšší obsazené hladiny (HOMO), energii nejnižší neobsazené hladiny (LUMO) a energii E_{\min} základního, tj. nevzbuzeného stavu soustavy π -elektronů. Vyčíslete v elektronvoltech.
- Předpovězte vlnovou délku λ světla, jež bude molekulou benzenu intenzivně pohlcováno. Usudte zhruba, jakou barvu náš jednoduchý FEMO model pro benzen předpovídá.

Řešte obecně, pak pro hodnoty: střední délka vazby C—C je $a = 139$ pm, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s, $c = 3,00 \cdot 10^8$ m·s⁻¹, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg, $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C.

Vzájemnou interakci mezi π -elektrony zanedbejte.