

Úlohy 1. kola 54. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie A

1. Momenty setrvačnosti

Homogenní deska tvaru trojúhelníku o stranách a , b , c a o hmotnosti m má vzhledem k ose procházející těžištěm kolmo k rovině desky moment setrvačnosti

$$J_0 = \frac{1}{36}m(a^2 + b^2 + c^2). \quad (1)$$

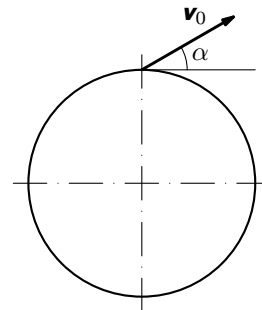
- Odvoďte vzorec pro moment setrvačnosti homogenní desky tvaru pravidelného šestiúhelníku o straně délky a a o hmotnosti m vzhledem k ose procházející těžištěm.
- Odvoďte vzorec pro moment setrvačnosti homogenní desky tvaru čtverce o straně délky a a o hmotnosti m vzhledem k ose procházející těžištěm.
- Odvoďte vzorec pro moment setrvačnosti homogenní desky tvaru pravidelného n -úhelníku o poloměru r kružnice opsané a o hmotnosti m vzhledem k ose procházející těžištěm.
- Ověřte výsledky úloh a), b) užitím výsledku úlohy c).
- Pomocí výsledku úlohy c) odvoďte vzorec pro moment setrvačnosti homogenní desky tvaru kruhu o poloměru r a o hmotnosti m vzhledem k ose procházející těžištěm.

K řešení využijte *Steinerovu větu*. Všechny momenty setrvačnosti odvoďte vzhledem k ose kolmé k rovině desky.

2. Vrh šikmo vzhůru v radiálním gravitačním poli Země

Střela je vystřelena šikmo vzhůru z povrchu Země pod úhlem α vzhledem k tečné rovině povrchu (obr. 1) počáteční rychlostí \mathbf{v}_0 , jejíž velikost je rovna polovině velikosti 1. kosmické rychlosti. Určete

- největší výšku nad povrchem Země, které střela dosáhne.
- velikost rychlosti střely v okamžiku, kdy dosáhne maximální výšku.
- Jak by se změnilы výsledky úloh a) a b), pokud by těleso bylo vrženo šikmo vzhůru pod stejným úhlem první kosmickou rychlostí?



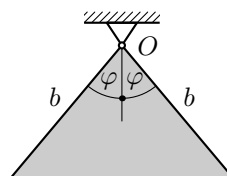
Obr. 1

Při řešení části a) a b) počítejte se zakřivením povrchu Země (Zemi považujte za kouli). Vliv atmosféry a rotaci Země zanedbejte. Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $\alpha = 30^\circ$, $R_Z = 6400$ km.

3. Trojúhelníkové kyvadlo

Homogenní desku tvaru rovnoramenného trojúhelníku s ramenem b a úhlem u hlavního vrcholu 2φ připevníme hlavním vrcholem k vodorovné ose otáčení kolmé k rovině desky, čímž získáme kyvadlo (obr. 2).

- Určete periodu jeho kmitů s malou amplitudou výchylky.
- Určete, jakou velikost musí mít úhel φ , aby doba kyvu byla 1,00 s.



Obr. 2

Úlohu a) řešte obecně, úlohu b) číselně pro $b = 1,20$ m.

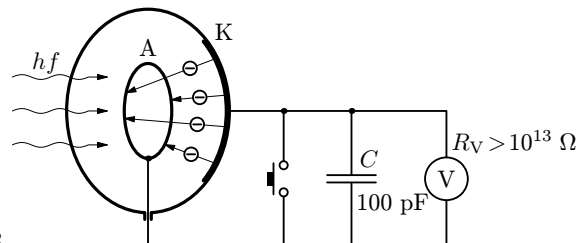
Pro stanovení momentu setrvačnosti desky můžete použít vzorec (1) uvedený v první úloze. Počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

4. Měření Planckovy konstanty

Osvětíme-li katodu vakuové fotonyky zapojenou podle obr. 3 monochromatickým světlem o frekvenci vyšší, než je mezní frekvence f_0 , zachycují se některé elektrony vyražené z katody na anodě, která se nabíjí záporně. Obvodem prochází nepatrný proud a napětí na fotonce a připojeném kondenzátoru s kvalitním dielektrikem se zvyšuje, až dosáhne brzdného napětí U_0 , kdy ani kinetická energie nejrychlejších vyražených elektronů nepostačí k překonání energetického rozdílu U_0e . Napětí měříme voltmetrem s velkým vstupním odporem.

Fotonka byla postupně osvětlena paprsky spektra rtuťové výbojky o různých vlnových délkách. Změřené hodnoty brzdného napětí jsou zapsány v tabulce:

λ/nm	576,0	546,1	491,6	435,8	404,7
U_0/V	0,405	0,530	0,750	1,120	1,310



Obr. 3

- Ověřte, že závislost brzdného napětí na frekvenci světla je lineární v souladu s Einsteinovou rovnicí pro fotoelektrický jev. Vypočítané hodnoty frekvencí a změřené hodnoty brzdného napětí vynesete do grafu v Excelu a získanými body proložíte přímkou. Její rovnicí určete lineární regresi.¹

¹Použití lineární regrese je podrobně vysvětleno na podobné úloze ve studijním textu Teplotní závislosti fyzikálních veličin na str. 28 až 31. Text se nachází na webových stránkách FO.

- b) Z rovnice určete mezní vlnovou délku λ_0 , výstupní práci elektronu W_0 a Planckovu konstantu h . včetně chyby měření.
- c) Je možné fotonku použít v infračerveném oboru záření?

5. Digitální fotoaparát (ke studijnímu textu)

Obraz vytvořený objektivem digitální zrcadlovky je zachycen obdélníkovým snímacím čipem CMOS o rozměrech $a = 23,7$ mm, $b = 15,6$ mm, na kterém se nachází $16,2 \cdot 10^6$ citlivých bodů, pixelů, tvořících čtvercovou síť. Na objektivu zrcadlovky je vyznačeno, že optickým zoomem můžeme ohniskovou vzdálenost měnit od $f_1 = 18$ mm do $f_2 = 105$ mm. Světelnost objektivu se přitom mění od $1 : 1,35$ do $1 : 5,6$. Zjednodušeně si můžeme objektiv představit jako tenkou spojku a světelnost pak chápat jako poměr průměru D otvoru, do kterého je vsazena, k ohniskové vzdálenosti f .

Při průchodu světla objektivem dochází k Fraunhoferovu ohybu na kruhovém otvoru, v jehož důsledku se bodový zdroj monofrekvenčního světla nezobrazí ani při přesném zaostření úplně ostře, ale jako světlý kroužek.

- a) Určete vzdálenost středů sousedních pixelů.
- b) Určete poloměr světlého kroužku, který vznikne na čipu zobrazením vzdáleného bodového zdroje zeleného světla o vlnové délce 550 nm nezacloněným objektivem 1) při volbě ohniskové vzdálenosti f_1 , 2) při volbě ohniskové vzdálenosti f_2 . Velikost kroužku porovnejte s rozměry pixelu.
- c) Posuďte, co může velikost interferenčního kroužku ovlivnit.

6. Praktická úloha: Měření indukčnosti cívky

Úkoly:

- a) Sestavte obvod podle obr. 4. Použijte zdroje o napětí přibližně 5 V (například plochou baterii), cívku 1200 závitů z rozkladného transformátoru, výkonovou diodu, stejnosměrný ampérmetr, stejnosměrný voltmetr, kvalitní kondenzátor o kapacitě alespoň $8 \mu\text{F}$ (ne elektrolytický) a páčkový spínač. Měření proveďte:

- na cívce s uzavřeným jádrem,
- na cívce s rovným jádrem,
- na cívce bez jádra.

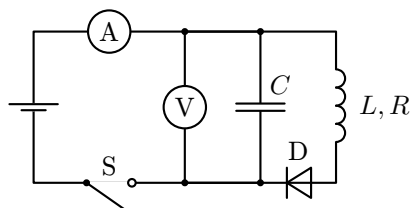
Kapacitu kondenzátoru změřte některou běžnou metodou (např. pomocí voltmetru a ampérmetru v obvodu střídavého proudu). Voltmetr by měl mít co největší odpor a rozsahy, např. 20 V a 200 V.

- b) Při sepnutém spínači změřte proud I procházející cívkou a napětí U_1 na kondenzátoru. Pak přepněte voltmetr na vyšší rozsah (používáte-li ručkový přístroj, změňte také jeho polaritu) a rozepněte spínač. Dojde k překmitnutí

obvodu LC a na kondenzátoru se objeví velké napětí opačné polarity, které se bude zvolna zmenšovat v důsledku vybíjení kondenzátoru přes voltmetr. Změřte napětí U_2 bezprostředně po rozepnutí spínače.

Pro každý typ cívky měření několikrát zopakujte .

- c) Odvoďte vztah pro výpočet indukčnosti cívky z kapacity C kondenzátoru, napětí U_1 , U_2 a proudu I . Ztráty energie během překmitnutí na odporu cívky a na diodě zanedbejte.
- d) Vypočtěte indukčnosti cívky s uzavřeným jádrem, s rovným jádrem a bez jádra.

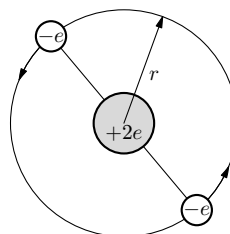


Obr. 4

7. Rutherfordův model atomu helia (ke studijnímu textu)

V Rutherfordově modelu je atom hélia tvořen jádrem, složeným ze dvou protonů a dvou neutronů, a dvěma elektrony kroužícími kolem jádra po společné kružnici ve vzájemné vzdálenosti $2r$ (obr. 5). Ionizační práce potřebná k odtržení jednoho elektronu z atomu je $W_1 = 24,6$ eV, ionizační práce potřebná poté k úplné ionizaci je $W_2 = 54,4$ eV.

- a) Určete velikost F výsledné síly působící na každý z elektronů, poloměr r trajektorie elektronů a frekvenci f , se kterou obíhají kolem jádra.
- b) Podle zákonů klasické elektrodynamiky by měl Rutherfordův model vyzařovat elektromagnetické vlnění o stejné frekvenci, s jakou obíhají elektrony kolem jádra. Určete jeho vlnovou délku ve vakuu λ .
- c) Po odtržení jednoho elektronu vznikne tzv. vodíku-podobný ion, jehož elektron v Rutherfordově modelu rovněž obíhá po kružnici. Určete její poloměr r' .



Obr. 5