

Úlohy 1. kola 53. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie A

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Srážka částic

Částice α (jádro helia) byla urychlena elektrickým polem z klidu na rychlost o velikosti $v \ll c$ a pohybuje se přímočaře k volnému protonu, který je v klidu. Proton má elektrický náboj $+e$ a hmotnost m , elektrický náboj částice α je $+2e$ a její hmotnost s dostatečnou přesností $4m$. Částice na sebe působí pouze elektrickou silou. Celý děj probíhá ve vakuu.

- Určete elektrické napětí U , kterým byla částice α urychlena.
- Určete velikosti u_1 , u_2 konečných rychlostí po vzájemné interakci.
- Určete minimální vzdálenost r_m , na kterou se částice během vzájemného působení přiblíží.

Elektrická potenciální energie bodových nábojů Q_1 , Q_2 ve vzájemné vzdálenosti r je při volbě nulové energie v nekonečné vzdálenosti nábojů rovna

$$E_p = \frac{kQ_1Q_2}{r}.$$

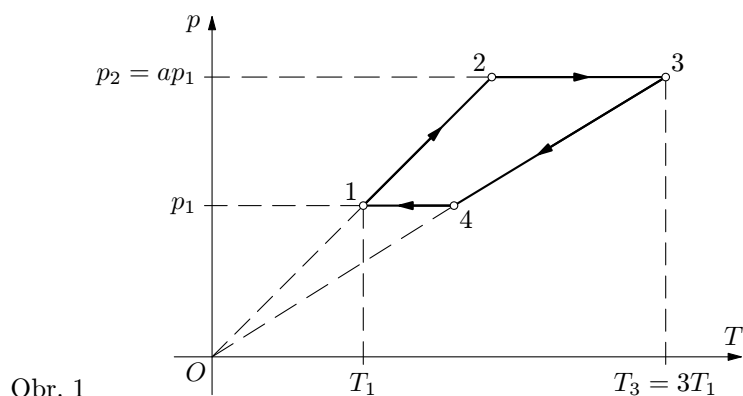
Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty: $k = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$, $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $v = 2,5 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. Kruhový děj

Na obr. 1 je znázorněn kruhový děj v ideálním plynu s jednoatomovými molekulami o látkovém množství n . Nejmenší teplota, které plyn v průběhu děje dosáhne, je T_1 při tlaku p_1 . Největší teplota $3T_1$ nastane při tlaku $p_2 = ap_1$, kde $1 < a < 3$.

- Charakterizujte jednotlivé děje 1–2, 2–3, 3–4, 4–1, ze kterých se kruhový děj skládá, a překreslete tento děj do p – V diagramu.
- Odvoďte obecně vztah pro výpočet práce vykonané plynem za jeden cyklus kruhového děje (pomocí p_1 , V_1 , a).
- Odvoďte obecně vztah pro výpočet účinnosti kruhového děje jako funkce proměnné a .
- Určete maximální účinnost kruhového děje a pro které a toto nastane.

Vnitřní energie plynu s jednoatomovými molekulami je $U = \frac{3}{2}nRT$.



3. Bóje

Na hladině vodní nádrže plove bóje vyrobená jako dutá ocelová koule tak, že výška kulového vrchlíku vyčnívajícího nad hladinu je $v = 11$ cm. Jestliže bóji jemně zatlačíme do vody a uvolníme, bude konat malé kmity ve svislém směru s periodou $T = 1,05$ s.

- Na základě změřených hodnot určete vnější poloměr koule. Řešte obecně i číselně.
- Vypočítejte hmotnost koule a tloušťku její stěny.

Při řešení úlohy předpokládejte, že kmity koule na hladině jsou netlumené. Hustota vody $\rho_v = 1,00 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, hustota oceli $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Objem kulové úseče s výškou v , která vznikne z koule o poloměru R , a objem zbytku koule jsou

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi v^2(3R - v), \quad V_2 = \frac{1}{3}\pi(2R - v)^2(R + v).$$

4. Štěpení uranu

Přírodní čistý uran tvoří směs izotopů ^{235}U a ^{238}U , přičemž $p_1 = 0,72$ % hmotnosti připadá na ^{235}U a zbytek na ^{238}U . Poločas rozpadu ^{235}U je $T_1 = 7,038 \cdot 10^8$ let, poločas rozpadu ^{238}U je $T_2 = 4,468 \cdot 10^9$ let.

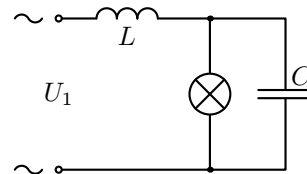
- Jaká je aktivita vzorku přírodního uranu o hmotnosti $m = 1$ kg?
- V gabunském Oklo došlo před asi 1,9 mld. let k zapálení přírodního reaktoru. Jaké bylo tehdy procentuální hmotnostní zastoupení ^{235}U v přírodním čistém uranu?

Při rozštěpení jádra ^{235}U pomalými neutrony může vzniknout např. jádro $^{143}_{56}\text{Ba}$ s klidovou hmotností $m_{\text{Ba}} = 142,920\,62\,m_{\text{u}}$ a jádro $^{90}_{36}\text{Kr}$ s klidovou hmotností $m_{\text{Kr}} = 89,919\,524\,m_{\text{u}}$.

- c) Napište rovnici reakce a vypočítejte energii reakce. Klidová hmotnost neutronu $m_{\text{n}} = 1,008\,664\,9\,m_{\text{u}}$, klidová hmotnost jádra ^{235}U je $m_{\text{U}} = 235,043\,9\,m_{\text{u}}$.
- d) Štěpení uranu v přírodním reaktoru probíhalo asi 500 000 let a vyhořelo přitom asi 5 tun ^{235}U . Jaká energie se přitom uvolnila, předpokládáme-li že se při rozštěpení jednoho jádra uvolní průměrně energie $E_1 = 200\text{ MeV}$? Porovnejte tuto energii s průměrnou denní spotřebou jednoho člověka (veškerou energii spotřebovanou civilizací za jeden den v průmyslu, v dopravě, při vytápění atd. vydělenou počtem obyvatel planety), která se odhaduje na 0,36 GJ.

5. Zvětšení napětí

Žárovku se jmenovitými hodnotami napětí $U = 24\text{ V}$ a proudu $I = 0,3\text{ A}$ potřebujeme napájet ze zdroje střídavého proudu o efektivní hodnotě svorkového napětí $U_1 = 12\text{ V}$ a frekvenci 50 Hz. Použijeme k tomu obvod zapojený podle obr. 2. Kondenzátor připojený paralelně k žárovce má dostatečně velkou kapacitu $C = 100\text{ }\mu\text{F}$.



Obr. 2

- a) Jakou indukčnost L musí mít cívka, aby napětí na žárovce mělo jmenovitou hodnotu?
- b) Jaké bude fázové posunutí napětí na žárovce oproti svorkovému napětí zdroje?

Kondenzátor a cívku považujte za ideální, vnitřní odpor zdroje je zanedbatelný.

6. Praktická úloha: Měření ohniskové vzdálenosti čočky Besselovou metodou

Předmět (např. svíčka) a stínítko postavíme kolmo na optickou osu tenké spojky tak, aby jejich vzájemná vzdálenost byla l . Budeme-li pohybovat čočkou po optické ose v prostoru mezi předmětem a stínítkem, vytvoří se za určitých podmínek ostrý obraz při dvou polohách čočky.

- a) Stanovte, jakou podmínku musí splňovat poměr $\frac{l}{f}$, aby toto bylo splněno.
- b) Odvoďte vztahy pro výpočet poloh čočky a_1, a_2 , aby oba obrazy byly ostré.
- c) Označme $d = |a_1 - a_2|$. Dokažte, že pro ohniskovou vzdálenost čočky platí

$$f = \frac{l^2 - d^2}{4l}.$$

- d) Proveďte vlastní měření l a d pro danou tenkou spojnu čočku. Pak proveďte výpočet ohniskové vzdálenosti čočky. Měření proveďte pro pět různých vzdáleností l , k nimž pak odměříte příslušná d .

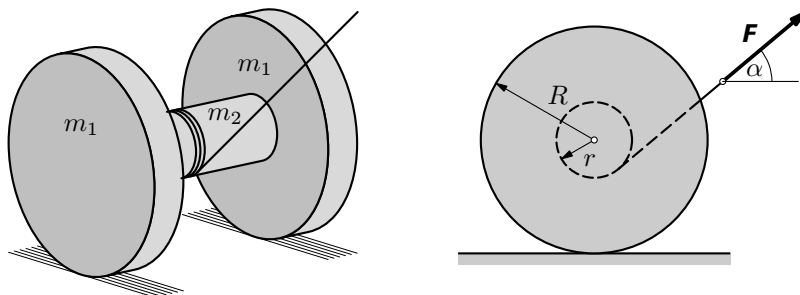
7. Činka

Na vodorovné rovině leží malá činka, která se skládá ze dvou válců, každý o hmotnosti m_1 a poloměru R a spojovací tyče tvaru válce o hmotnosti m_2 a poloměru r . Uprostřed činky je namotáno tenké pevné vlákno zanedbatelné hmotnosti, na jehož konci působí síla \mathbf{F} ; vlákno svírá s vodorovnou rovinou úhel α (obr. 3). Součinitel smykového tření mezi činkou a vodorovnou rovinou je f .

- Určete úhel α_0 , při kterém se bude činka smýkat rovnoměrným pohybem po vodorovné rovině bez otáčení a velikost F_0 síly, kterou přitom musíme na vlákno působit.
- Jaká může být nejvýše velikost síly, kterou působíme na vlákno, aby se činka odvalovala po vodorovné rovině bez smýkání, jestliže sklon vlákna je 1. $\alpha_1 < \alpha_0$, 2. $\alpha_2 > \alpha_0$? S jakým zrychlením se přitom bude pohybovat střed činky?

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $m_1 = 1,00$ kg, $m_2 = 0,50$ kg, $r = 1,50$ cm, $R = 5,00$ cm, $f = 0,25$, $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 80^\circ$.

V obecném řešení označte celkovou hmotnost činky m a moment setrvačnosti činky vzhledem k ose otáčení J .



Obr. 3