

Instrukční řešení úloh pro opravující

► **F1:** Objem jedné dávky písku u nakládače je $0,50 \text{ m}^3$ a dávky se od této hodnoty mohou lišit až o 50 litrů podle toho, jak se nabírání písku zdaří. Suchý písek má hustotu 1500 kg/m^3 . Na valník připojovaný za traktor bylo naloženo šest dávek písku.

$$V_1 = 0,50 \text{ m}^3$$

$$\Delta V = 50 \text{ l} = 0,05 \text{ m}^3$$

$$\rho_s = 1500 \text{ kg/m}^3$$

$$n = 6$$

- Urči objem a hmotnost písku, naloženého na valník.
Objem $V = n \cdot V_1 = 3 \text{ m}^3$, hmotnost $m = n \cdot V_1 \cdot \rho = 4500 \text{ kg}$.
- Jaké krajní meze mohou mít veličiny z úlohy a)?
Objem minimální dávky $V' = V_1 - \Delta V$, objem maximální dávky $V'' = V_1 + \Delta V$. Minimální objem písku naloženého na valník $V_{\min} = n \cdot V_1 - n \cdot \Delta V = 2,7 \text{ m}^3$, hmotnost $m_{\min} = 4050 \text{ kg}$, maximální objem písku naloženého na valník $V_{\max} = n \cdot V_1 + n \cdot \Delta V = 3,3 \text{ m}^3$, hmotnost $m_{\max} = 4950 \text{ kg}$.
- Ložná plocha valníku má rozměry $2,4 \text{ m} \times 3,6 \text{ m}$. Do jaké výšky by byl písek na valníku nasypán, když ho rovnoměrně rozhrabeme po celé ploše?
Maximální výška $h_{\max} = 0,38 \text{ m}$, minimální výška $h_{\min} = 0,31 \text{ m}$, výška $h = 0,35 \text{ m}$.
- Drobný déšť způsobil, že písek začal „těžknout“. Dešťoměr na blízké meteorologické budce zjistil, že napadlo 20 mm dešťových srážek, které se zachytily ve vrstvě písku. Jak se změnilы hodnoty hmotnosti, tíhy a hustoty písku?
Voda vsákla do písku, objem písku se nezměnil. Objem vody $V_v = 0,02 \cdot 2,4 \cdot 3,6 = 0,1728 \text{ m}^3$, hmotnost vody $m_v = 172,8 \text{ kg}$, nová minimální hmotnost písku $m_{\min} = 4050 + 172,8 \text{ kg} = 4223 \text{ kg}$, hustota $\rho_{\min} = m_{\min} / V_{\min} = 1564 \text{ kg/m}^3$, nová hmotnost písku $m = 4500 + 172,8 \text{ kg} = 4673 \text{ kg}$, hustota $\rho = m / V = 1558 \text{ kg/m}^3$, nová maximální hmotnost písku $m_{\max} = 4950 + 172,8 \text{ kg} = 5123 \text{ kg}$, hustota $\rho_{\max} = m_{\max} / V_{\max} = 1552 \text{ kg/m}^3$.

► **F2:** Automobil se pohybuje stálou rychlostí po vodorovné vozovce a překonává odporovou sílu, kterou na něj působí vzduch, $F = k v^2$, kde součinitel k závisí na aerodynamickém tvaru vozidla, obsahu příčného řezu a hustotě vzduchu, při dosažení rychlosti v základních jednotkách je hodnota $k = 0,45$.

$$F = k v^2$$

$$k = 0,45$$

- Urči hodnotu odporové síly v případě, že se automobil pohybuje stálou rychlostí 90 km/h nebo po dálnici stálou rychlostí 126 km/h
 $v_1 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$, $F_1 = 281,25 \text{ N}$, $v_2 = 126 \text{ km/h} = 35 \text{ m/s}$, $F_2 = 551,25 \text{ N}$.
- Jestliže motor automobilu spotřebuje 1 litr benzínu, získáme teplo 33 MJ , ale dovedeme ho využít jen na 22% . Urči spotřebu benzínu propočítanou na trasu 100 km při uvedených rychlostech.
 1 litr benzínu - 33 MJ , 22% - $7,26 \text{ MJ}$, při rychlosti 90 km/h na trase 100 km $W_1 = F_1 \cdot s = 28,125 \text{ MJ}$, což odpovídá $3,87 \text{ litrům}$ benzínu, při rychlosti 126 km/h na trase 100 km

$W_2 = F_2 \cdot s = 55,125 \text{ MJ}$, což odpovídá 7,59 litrům benzínu.

- c) Změnou tvaru vozidla se snížila hodnota na $k = 0,40$ a zlepšením technologie motoru se využití tepla ze spálení benzínu zvětšilo na 24 %. Jak se změnila spotřeba benzínu automobilu propočítaná na trasu 100 km?

$F_1 = 250 \text{ N}$, $F_2 = 490 \text{ N}$, 1 litr benzínu - 33 MJ, 24 % - 7,92 MJ, při rychlosti 90 km/h na trase 100 km $W_1 = F_1 \cdot s = 25 \text{ MJ}$, což odpovídá 3,16 litrům benzínu, při rychlosti 126 km/h na trase 100 km $W_2 = F_2 \cdot s = 49 \text{ MJ}$, což odpovídá 6,19 litrům benzínu.

► **F3:** Na koupání dítěte je potřeba voda o teplotě 35 °C, kterou je třeba nalít do vaničky o rozměrech dna 45 cm x 72 cm a výšky 30 cm. Z ventilu s teplou vodou přitéká do vaničky voda o teplotě 80 °C. Do vaničky necháme natéci 8 litrů teplé vody.

$t = 35 \text{ °C}$

$a = 0,45 \text{ m}$

$b = 0,72 \text{ m}$

$h = 0,3 \text{ m}$

$t_t = 80 \text{ °C}$

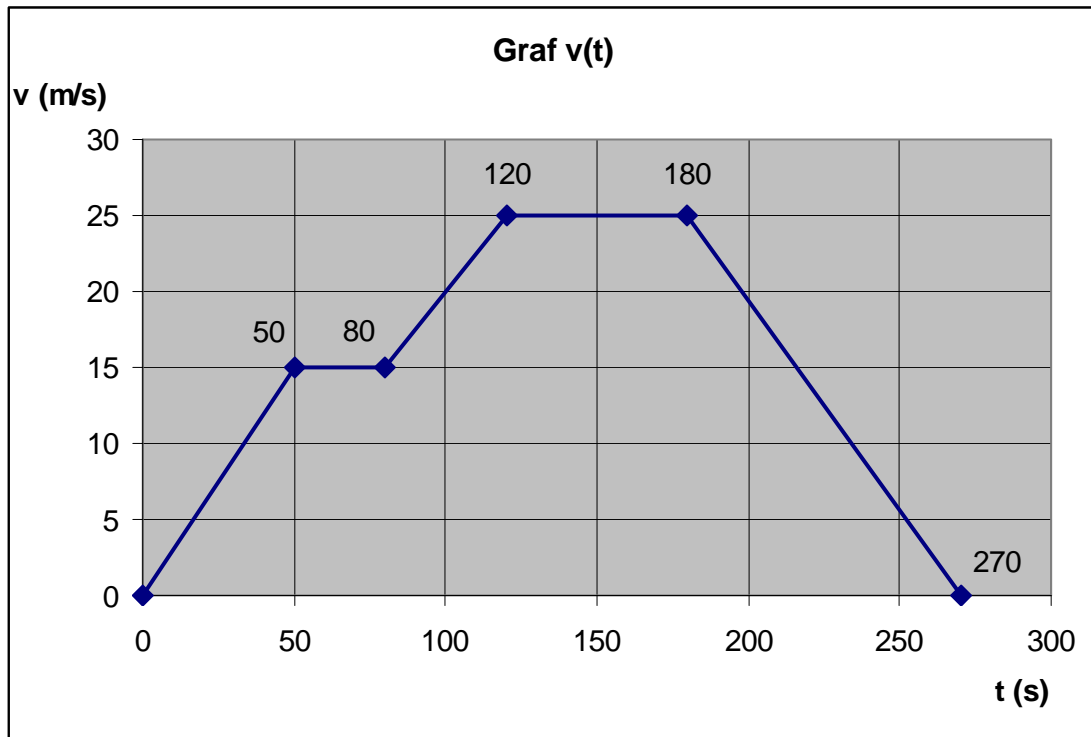
$V_t = 8 \text{ dm}^3$

- a) Kolik studené vody o teplotě 15 °C nutno přilít, aby výsledná teplota byla pro dítě vyhovující?
Teplu přijaté se rovná teplu odevzdanému: $(t - t_s) \cdot c \cdot m_s = (t_t - t) \cdot c \cdot m_t$
 $m_s = (t_t - t) \cdot m_t / (t - t_s) = 18 \text{ kg}$, objem studené vody $V_s = 18 \text{ dm}^3$.
- b) Do jaké výšky bude voda dosahovat ve vaničce?
Výška vody ve vaničce $h_v = V / (a \cdot b) = 8 \text{ cm}$.
- c) Jednou se maminka spletla a těch 8 litrů vody přiteklo z ventilu se studenou vodou. Kolik litrů teplé vody je nutno nechat přitéct, aby výsledná teplota vody byla pro dítě vyhovující?
Pokud se bude dolévat pouze teplá voda, poté obdobně jako v a)
Teplu přijaté se rovná teplu odevzdanému: $(t - t_s) \cdot c \cdot m_s = (t_t - t) \cdot c \cdot m_t$
 $m_t = (t - t_s) \cdot m_s / (t_t - t) = 3,6 \text{ kg}$, objem teplé vody $V_s = 3,6 \text{ dm}^3$.
- d) Zjistí, do jaké výšky bude dosahovat voda ve vaničce v případě c). Je nutno v prvním nebo druhém případě dát pod dítě nějakou podložku, aby mu voda nevadila?
Výška vody ve vaničce $h_v = V / (a \cdot b) = 3,6 \text{ cm}$

► **F4:** Automobil, jehož rozměry nemusíme v této úloze uvažovat, stojí před rodinným domkem řidiče a pak se rozjíždí rovnoměrně zrychleně, až po době 50 s dosáhne rychlosti 54 km/h. Touto rychlostí jede po dobu 30 s a znovu rovnoměrně zvyšuje svou rychlost po dobu 40 s až na 90 km/h, dalších 60 s jede touto stálou rychlostí a zbývajícím časem 90 s rovnoměrně zpomaluje, až zastaví u benzinové čerpací stanice, kde řidič pracuje.

- a) Jak dlouho jede řidič autem z domu do zaměstnání?
 $t = 270 \text{ s}$
- b) Nakresli graf $v(t)$ rychlosti automobilu jako funkce času.
- c) V kterých úsecích jede automobil rovnoměrně a jaké dráhy urazí?
Viz. tabulka, dráhy vypočteme pomocí grafu.

- d) V kterých úsecích automobil zrychluje, v kterých zpomaluje a jaké dráhy urazí?
Viz. tabulka, dráhy vypočteme pomocí grafu.
- e) Stanov celkovou dráhu a průměrnou rychlost, které automobil dosáhne.
 $t = 270 \text{ s}$, $s = 4250 \text{ m}$, $v = 15,7 \text{ m/s}$



Rovnoměrně zrychlený pohyb	Rovnoměrný pohyb	Rovnoměrně zrychlený pohyb	Rovnoměrný pohyb	Rovnoměrně zpomalený pohyb
$t_1 = 50 \text{ s}$	$t_2 = 30 \text{ s}$	$t_3 = 40 \text{ s}$	$t_4 = 60 \text{ s}$	$t_5 = 90 \text{ s}$
$v_1 = 54 \text{ km/h}$, $v_1 = 15 \text{ m/s}$	$v_2 = 54 \text{ km/h}$, $v_2 = 15 \text{ m/s}$	$v_3 = 90 \text{ km/h}$, $v_3 = 25 \text{ m/s}$	$v_4 = 90 \text{ km/h}$, $v_4 = 25 \text{ m/s}$	$v_5 = 0 \text{ km/h}$, $v_5 = 0 \text{ m/s}$
$s_1 = 375 \text{ m}$	$s_2 = 450 \text{ m}$	$s_3 = 800 \text{ m}$	$s_4 = 1500 \text{ m}$	$s_5 = 1125 \text{ m}$

Hodnocení úloh:

F1: $2 + 3 + 2 + 3 = 10$

F2: $3 + 4 + 3 = 10$

F3: $3 + 3 + 2 + 2 = 10$

F4: $2 + 3 + 1 + 2 + 2 = 10$

Instrukční řešení úloh pro opravující

► **E1:** Cisternu, umístěnou na podvozku nákladního automobilu, si můžeme představit jako ležící válec s podélnou osou ve směru jízdy, o vnějším průměru 2,2 m a délky 7,8 m, na který vpředu i vzadu navazují dvě tělesa tvaru polokoulí. Cisterna je vyrobena z nerezavějícího plechu o hustotě 8000 kg/m^3 a tloušťky 5,0 mm.

$$d = 2,2 \text{ m}, r = 1,1 \text{ m}$$

$$l = 7,8 \text{ m}$$

$$\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$$

$$t = 5,0 \text{ mm}$$

- a) Odhadni hmotnost cisterny, je-li prázdná.

$$m_{\text{válece}} = (\pi \cdot r^2 \cdot l - \pi \cdot (r - t)^2 \cdot l) \cdot \rho, m_{\text{polokoule}} = (4/3\pi \cdot r^3 - 4/3\pi \cdot (r - t)^3) \cdot \rho, m = 2756,9 \text{ kg}$$

- b) Při zkoušce těsnosti cisterny byla zcela naplněna vodou. Urči objem i hmotnost náplně a změnu zatížení podvozku, způsobenou naplněním cisterny.

$$\text{Objem vody } V_v = \pi \cdot (r - t)^2 \cdot l + 4/3 \cdot \pi \cdot (r - t)^3 = 34,88 \text{ m}^3, m_v = 34\,881 \text{ kg.}$$

- c) V cisterně se bude vozit jedlý olej o hustotě 910 kg/m^3 . Urči hmotnost náplně a změnu zatížení podvozku.

$$\text{Objem oleje } V_o = 34,88 \text{ m}^3, \text{ hmotnost oleje } m_o = 31\,740 \text{ kg.}$$

- d) Podvozek nákladního automobilu má tři osy – vpředu jednu a vzadu dvě. Nakresli schematický obrázek a odhadni, jak bude rozloženo zatížení těchto os za předpokladu, že před umístěním cisterny bylo zatížení vpředu i vzadu stejné.

Můžeme usoudit, že zatížení na zadní nápravu bude větší, neboť cisterna leží převážně nad zadní nápravou, ale zároveň jsou tam dvě osy > na jednu osu bude přibližně poloviční zatížení > můžeme usoudit, že všechny tři osy tedy budou zatíženy rovnoměrně.

► **E2:** Klec výtahu v obytném několikapatrovém domě má hmotnost 150 kg a uvnitř kabinky je uvedeno maximální zatížení 250 kg, tj. je určena pro tři osoby. Výtah urazí trasu ze sklepa až do 14. podlaží, tj. 43,2 m za dobu 36 s.

$$m_k = 150 \text{ kg}$$

$$m_z = 250 \text{ kg}$$

$$h = 43,2 \text{ m}$$

$$t = 36 \text{ s}$$

- a) Jakou rychlostí stoupá klec výtahu?

$$v = h / t = 1,2 \text{ m/s}$$

- b) Jakou silou působí klec na lano výtahu při rovnoměrném pohybu vzhůru? Je tato síla stejná, větší či menší než síla, kterou působí lano na klec? Je tato síla po celou dobu stoupaní klece stejná?

Klec působí na lano (lano působí na klec) při neobsazeném výtahu silou o velikosti $F = 150 \cdot 9,81 \text{ N} = 1471,5 \text{ N}$, tato síla se mění. Při rozjezdu směrem nahoru a dojezdu směrem dolů je větší, při rozjezdu směrem dolů a dojezdu směrem nahoru je menší.

c) Jaký musí být užitečný výkon elektromotoru, zajišťujícího pohyb klece?

Je-li klec vyvážena protizávažím a bereme v úvahu jen rovnoměrný pohyb klece při plném obsazení poté $P = F \cdot v = 250 \cdot 9,81 \cdot 1,2 = 2943 \text{ W}$.

► **E3:** Porcelánový hrnek na ranní čaj má hmotnost 300 g a vejde se do něj 200 ml vody. V rychlovarné konvici dosáhla voda teploty 100 °C. Tuto vodu nalijeme do porcelánového hrnku až po okraj. Počkáme, až se teplota vody a hrnku ustálí. Měrná tepelná kapacita vody je 4200 J/(kg °C), měrná tepelná kapacita porcelánu 760 J/(kg °C), teplota vzduchu a těles v místnosti je 20 °C.

$$m = 0,3 \text{ kg}$$

$$V = 200 \text{ ml... } m_v = 0,2 \text{ kg}$$

$$t_1 = 100^\circ\text{C}$$

$$c_v = 4200 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$$

$$c_p = 760 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$$

$$t_2 = 20^\circ\text{C}$$

a) Zjisti, jaká bude výsledná teplota vody a porcelánového hrnku po ustálení teplot.

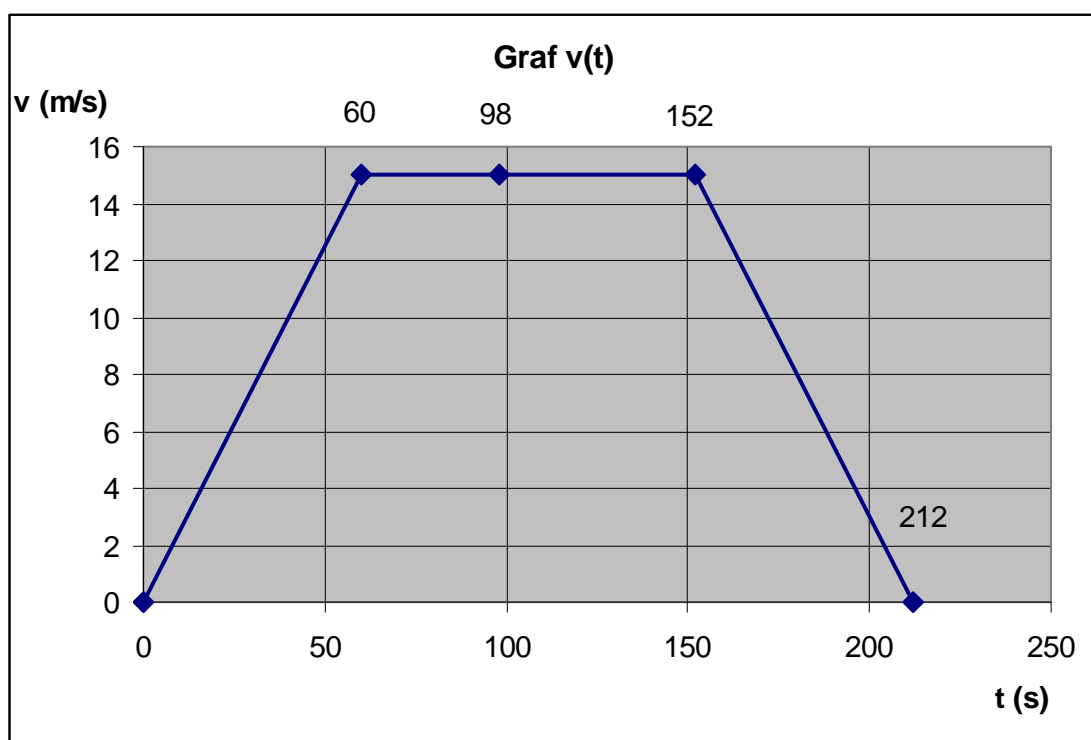
$$(t - t_2) \cdot c_p \cdot m = (t_1 - t) \cdot c_v \cdot m_v, t = (t_1 \cdot c_v \cdot m_v + t_2 \cdot c_p \cdot m) / (c_p \cdot m + c_v \cdot m_v) = 83^\circ\text{C}$$

b) Jak by se situace změnila, kdyby porcelánový hrnek měl hmotnost 200 g a nalili bychom do něj 300 ml vody o teplotě 100 °C.

$$c) t = (t_1 \cdot c_v \cdot m_v + t_2 \cdot c_p \cdot m) / (c_p \cdot m + c_v \cdot m_v) = 91^\circ\text{C}$$

► **E4:** Délka nákladního vlaku je 450 m. Z nádraží vyjede vlak a po dobu 60 s rovnoměrně zrychluje, až získá 54 km/h a čelo lokomotivy dosáhne začátku mostu délky 120 m. Poté, co most opouští poslední vagón, vjíždí lokomotiva do tunelu o délce 360 m. Když tunel opouští poslední vagón, začne vlak rovnoměrně brzdit a po době 60 s se zastaví v následující stanici.

a) Nakreslete graf $v(t)$ pro pohyb čela lokomotivy během jízdy z jedné stanice do druhé.



b) Jak dlouho trval pohyb a jakou dráhu celkově vlak urazil?

$$t = 212 \text{ s}, s = 2280 \text{ m}$$

c) Za jak dlouho přešel vlak přes most a jak dlouho projížděl tunelem?

Viz. tabulka

d) Urči průměrnou rychlost vlaku na daném úseku.

$$v = s / t = 10,8 \text{ m/s} = 38,7 \text{ km/h}$$

Rovnoměrně zrychlený pohyb	Rovnoměrný pohyb - most	Rovnoměrný pohyb - tunel	Rovnoměrně zpomalený pohyb
$t_1 = 60 \text{ s}$	$t_2 = 38 \text{ s}$	$t_3 = 54 \text{ s}$	$t_4 = 60 \text{ s}$
$v_1 = 54 \text{ km/h},$ $v_1 = 15 \text{ m/s}$	$v_2 = 54 \text{ km/h},$ $v_2 = 15 \text{ m/s}$	$v_3 = 54 \text{ km/h},$ $v_3 = 15 \text{ m/s}$	$v_4 = 0 \text{ km/h}, v_4$ $= 0 \text{ m/s}$
$s_1 = 450 \text{ m}$	$s_2 = 120 + 450$ $= 570 \text{ m}$	$s_3 = 360 + 450$ $= 810 \text{ m}$	$s_4 = 450 \text{ m}$

Hodnocení úloh:

$$E1: 3 + 3 + 2 + 2 = 10$$

$$E2: 2 + 3 + 3 + 2 = 10$$

$$E3: 5 + 5 = 10$$

$$E4: 3 + 3 + 2 + 2 = 10$$