

### Úlohy 1. kola 51. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie D

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

#### 1. Průměrná rychlost

Na regionální železniční trati délky  $s = 48 \text{ km}$  projel vlak první čtvrtinu trati průměrnou rychlostí  $v_1 = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , zbývající část trati průměrnou rychlostí  $v_2 = 36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Při zpáteční jízdě projel zmíněnou čtvrtinu trati stejnou průměrnou rychlostí  $v'_1 = v_1 = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , přičemž jeho průměrná rychlost na celé trati byla  $v'_p = 45 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

- Vypočtěte průměrnou rychlost  $v_p$  vlaku na celé trati při první jízdě.
- Vypočtěte průměrnou rychlost vlaku  $v'_2$  na delším úseku trati při zpáteční jízdě.
- Obě úlohy lze vyřešit obecně, aniž budeme znát délku trati  $s$ . Proveďte toto obecné řešení a poté dosazením číselných hodnot rychlostí ze zadání předchozí číselné výsledky ověřte.

#### 2. Dvě tramvaje

Ve stanici stály za sebou dvě tramvaje. První se začala rozjíždět se zrychlením  $1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , druhá se začala rozjíždět o  $4 \text{ s}$  později se zrychlením  $1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Obě tramvaje, jakmile dosáhly rychlosti o velikosti  $12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , pohybovaly se dále rovnoměrným pohybem. Před následující stanicí začaly obě tramvaje současně brzdit a pohybovaly se rovnoměrně zpomaleným pohybem. První tramvaj měla brzdnou dráhu  $54 \text{ m}$ . Po zastavení stály obě těsně za sebou jako v předchozí stanici. Vzdálenost mezi stanicemi je  $594 \text{ m}$ .

- Proveďte potřebné výpočty a sestrojte graf závislosti rychlostí obou tramvajů na čase.
- Z grafu určete maximální vzdálenost mezi tramvajemi během jízdy.

#### 3. Brzdění automobilu

Nákladní automobil o hmotnosti  $m_0 = 5,00 \text{ t}$  veze na korbě železobetonový blok tvaru kvádra o hmotnosti  $m = 3,00 \text{ t}$  rychlostí o velikosti  $v_0 = 6,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Mezi blokem a předním čelem korby je mezera délky  $d = 1,6 \text{ m}$ . Začne-li automobil brzdit stálou silou, zastaví se v čase  $t = 12 \text{ s}$  od začátku brzdění. Nyní předpokládejme, že se blok během rovnoměrného pohybu automobilu na korbě zcela uvolní a že se po korbě může pohybovat bez tření. Automobil poté začne brzdit stejnou silou až do úplného zastavení.

- Určete velikost  $a$  zrychlení automobilu s upevněným blokem a velikost  $a_1$  zrychlení automobilu během pohybu bloku na korbě.

- b) Určete čas  $t_1$ , měřený od začátku brzdění, v němž dojde k nárazu bloku na čelo korby.
- c) Určete velikost  $v_1$  rychlosti automobilu bezprostředně před nárazem a velikost  $v_2$  rychlosti automobilu bezprostředně po nárazu. Předpokládejte, že náraz je dokonale nepružný.
- d) Sestrojte graf závislosti rychlosti na čase pro oba případy a z grafu určete obě brzdné dráhy automobilu.

#### 4. Tyč s kuličkami

Tyč zanedbatelné hmotnosti a délky  $l$  je zavěšena na svém konci. Na druhém konci je umístěna kulička zanedbatelných rozměrů  $a$  o hmotnosti  $m$ .

- a) Tyč vychýlíme do vodorovné polohy a uvolníme. Určete velikost  $v$  rychlosti kuličky při jejím průchodu nejnižší polohou.
- b) Do středu tyče přidáme kuličku stejné hmotnosti. Tyč s oběma kuličkami opět vychýlíme do vodorovné polohy a uvolníme. Určete velikost  $v_1$  rychlosti původní kuličky a velikost  $v_2$  rychlosti přidané kuličky při průchodu nejnižší polohou.
- c) Určete v úlohách a), b) velikost výsledné síly, kterou působí tyč na osu otáčení při průchodu rovnovážnou polohou.

#### 5. Trestné kopy

V průběhu fotbalového zápasu se třikrát kopal trestný kop ze vzdálenosti 22,0 m před brankou. Hráči soupeře vždy postavili ve vzdálenosti 9,15 m od míče zeď, jejíž výška byla 1,80 m. Fotbalista Adámek kopl míč počáteční rychlostí  $v_{0A} = 24 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  pod elevačním úhlem  $\alpha_A = 18^\circ$ , fotbalista Beneš počáteční rychlostí  $v_{0B} = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  pod elevačním úhlem  $\alpha_B = 16^\circ$  a fotbalista Cába počáteční rychlostí  $v_{0C} = 26 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  pod elevačním úhlem  $\alpha_C = 14^\circ$ . Žádný z míčů brankář ani jiný fotbalista mimo zeď během letu nezasáhl.

- a) Rozhodněte, kteří fotbalisté vstřelili gól.
- b) Určete dobu letu míče, který nezasáhl zeď, k brance.
- c) Určete maximální výšku každého míče, který nezasáhl zeď, a místo, kde této výšky dosáhl.

Vnitřní výška branky  $h = 2,44 \text{ m}$ , průměr míče  $d = 0,22 \text{ m}$ . Odpor vzduchu a rotaci míče zanedbejte. Rovina trajektorie míče je kolmá k brankové čáře.

#### 6. Praktická úloha: Studium funkční závislosti

Každé těleso, které zavěsíme otáčivě okolo vodorovné osy neprocházející těžištěm a z této rovnovážné polohy vychýlíme, začne po uvolnění kmitat —

vznikne tzv. fyzické kyvadlo. Pokud výchylka kyvadla z rovnovážné polohy je malá, pak doba každého kmitu neboli perioda nezávisí na výchylce. To znamená, že u každého kyvadla naměříme periodu stejnou, ať je výchylka např.  $2^\circ$  nebo  $4^\circ$ . Naopak při velké výchylce, např.  $45^\circ$ , naměříme periodu poněkud větší. Jako fyzické kyvadlo použijeme desku nepravidelného tvaru z překližky, kartonu apod., která se nesmí prohýbat.

*Úkoly:*

- Najděte polohu těžiště desky podepřením v jednom bodě ve vodorovné poloze. Polohu těžiště na desce vyznačte.
- Vyvrtejte otvor mimo těžiště a desku v tomto otvoru zavěste na vodorovnou tenkou tyčku. Orientačně ověřte skutečnost, že perioda malých kmitů (s úhlovou výchylkou např. do  $10^\circ$ ) téměř na této úhlové výchylce nezávisí a že perioda s velkou úhlovou výchylkou (např. kolem  $45^\circ$ ) je nepatrně větší.
- Vyvrtejte dalších 5 malých otvorů ve stejné vzdálenosti  $r$  a v různých směrech od těžiště. Postupně desku v těchto otvorech zavěste, změřte dobu, za kterou proběhne několik malých kmitů desky a vypočítejte periodu  $T$  kmitů. Ze získaných výsledků udělejte závěr.

Číslo měření	1	2	3	4	5	6
$r/\text{cm}$						
$T/\text{s}$						

- Vyvrtejte 12 dalších malých otvorů v různých vzdálenostech od těžiště, od malé až k maximální možné. Změřte stejně jako v úloze c) dobu několika malých kmitů. Pro každou vzdálenost proveďte 3 měření. Výsledky měření запиšte do tabulky ( $r$  vzdálenost,  $N$  počet kmitů,  $t$  doba  $N$  kmitů,  $T$  průměrná perioda):

Číslo měření	$\frac{r}{\text{cm}}$	$N$	$\frac{t_1}{\text{s}}$	$\frac{t_2}{\text{s}}$	$\frac{t_3}{\text{s}}$	$\frac{T = \frac{t_1+t_2+t_3}{N}}{\text{s}}$
1						
2						
3						
⋮						

- Sestrojte graf závislosti periody kmitů na vzdálenosti od těžiště a zformulujte závěr. Graf vytvořte počítačem (např. v excelu), nebo ručně na milimetrový papír. V případě excelu si vytvořte tabulku jako v návodu, запиšte do ní naměřené údaje a v posledním sloupci proveďte výpočet periody pomocí vložené funkce. Kurzorem označte dvojici sloupců s daty a vložte *Graf*. Volte typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů) — zobrazí se soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačít-

kem myši na libovolný z nich z nabídky zvolte *Přidat spojnicí trendu*, dále typ trendu — *polynomický, stupeň 6*. Tím se zobrazí plynulá křivka, která proloží zobrazené body v grafu.

## 7. Měsíce Jupitera

*Rok 2009 je Mezinárodním rokem astronomie. Před 400 lety, v roce 1609, zformuloval německý astronom Johannes Kepler působící v královských službách císaře Rudolfa II. v Praze svůj první a druhý zákon o pohybu planet.*

*V dalším roce 1610 objevil italský astronom Galileo Galilei při jednom z prvních pohledů na oblohu dalekohledem čtyři největší Jupiterovy měsíce Io, Europa, Ganymed a Kallisto. Tomuto tématu je věnována následující úloha.*

Měsíc Io obíhá kolem planety Jupiter s periodou  $T_{Io} = 1,77$  d, měsíc Europa s periodou  $T_{Eu} = 3,55$  d. Měsíc Kallisto se nachází ve střední vzdálenosti od středu Jupitera  $r_{Ka} = 1,883 \cdot 10^6$  km a má dobu oběhu  $T_{Ka} = 16,69$  d. Největší měsíc Jupitera (a zároveň největší měsíc ve sluneční soustavě) Ganymed má střední vzdálenost od středu Jupitera  $r_{Ga} = 1,070 \cdot 10^6$  km. Trajektorie všech čtyř měsíců leží téměř v téže rovině a lze je s dostatečnou přesností považovat za kružnice.

- Určete periodu  $T_{Ga}$  oběhu měsíce Ganymed.
- Určete střední vzdálenosti  $r_{Io}$ ,  $r_{Eu}$  od středu Jupitera měsíců Io a Europa.
- Rozhodněte, který z měsíců má největší velikost obvodové rychlosti a vypočtete ji.
- Určete minimální vzájemnou vzdálenost  $d_{min}$  a maximální vzájemnou vzdálenost  $d_{max}$  měsíců Ganymed a Kallisto a dobu  $\Delta t$ , za kterou se oba měsíce z jedné pozice do druhé přemístí.
- Z vybraných údajů v zadání určete hmotnost  $M$  Jupitera.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty. Gravitační konstanta je  $\varkappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .