



Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky  
**Úlohy krajského kola 51. ročníku FO**  
**kategorie B**

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

**1. Skákající hopík**

Míček hopík uvolněný ve výšce  $h_0$  nad podlahou vyskočil po odrazu od podlahy do výšky  $h$ .

- a) Určete koeficient restituce, tj. poměr  $k = v'/v$ , kde  $v$  je velikost rychlosti míčku těsně před dopadem na podlahu a  $v'$  je velikost rychlosti míčku těsně po odrazu od podlahy.
- b) Jak velkou rychlost  $v_0$  musíme udělit míčku v počáteční výšce  $h_0$  ve směru svisle dolů, aby po odrazu od podlahy vystoupil ke stropu ve výšce  $H$ , zde se odrazil a po druhém odrazu od podlahy ještě znovu vystoupil těsně ke stropu?

Řešte obecně a pak pro hodnoty  $h_0 = 150 \text{ cm}$ ,  $h = 96 \text{ cm}$ ,  $H = 250 \text{ cm}$ . Rozměry míčku a odpor vzduchu zanedbejte. Předpokládejte, že koeficient restituce je při všech odrazech od podlahy a od stropu stejný.

## 2. Pružiny

Na pružiny o tuhostech  $k_1$ ,  $k_2$  o zanedbatelné hmotnosti, které mají v nezátíženém stavu stejnou délku, postupně zavěsíme závaží o hmotnosti  $m = 0,500$  kg a rozkmitáme. Zjistíme, že doby kmitu závaží na jednotlivých pružinách jsou v poměru  $T_1 : T_2 = 3 : 4$ . Potom zavěsíme obě pružiny pod sebe opět se závažím o hmotnosti  $m$  (obr. 1) a opět rozkmitáme. Doba kmitu závaží je v tomto případě  $T_3 = 1,50$  s.

- a) Dokažte, že pro výslednou tuhost  $k$  soustavy pružin v tomto případě platí

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

a periody  $T_1$ ,  $T_2$  a  $T_3$  obecně splňují vztah

$$T_3^2 = T_1^2 + T_2^2.$$

Určete tuhosti  $k_1$ ,  $k_2$  obou pružin a doby kmitu  $T_1$  a  $T_2$  na jednotlivých pružinách.

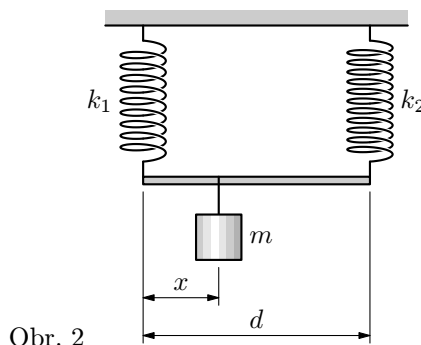
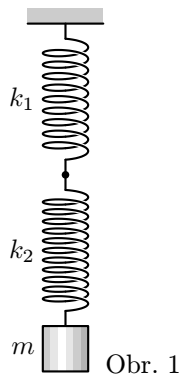
Obě pružiny nyní zavěsíme vedle sebe a propojíme hrazdičkou o délce  $d = 20$  cm. Na hrazdičku pak zavěsíme závaží o hmotnosti  $m$  (obr. 2).

- b) Určete polohu  $x$  místa, kam musíme zavěsit závaží, aby hrazdička byla v klidu v rovnovážné poloze vodorovná. Dokažte, že v tomto případě je výsledná tuhost soustavy pružin

$$k = k_1 + k_2$$

a zjistěte, o kolik se přitom obě pružiny po zavěšení závaží prodlouží.

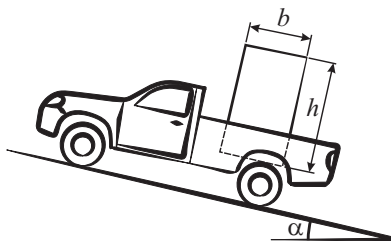
- c) Závaží o hmotnosti  $m$  nyní vychýlíme z rovnovážné polohy a uvolníme. Určete dobu kmitu  $T_4$  závaží také v tomto případě. Dokažte obecně, že platí vztah  $\frac{1}{T_4^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}$ .



### 3. Automobil

Automobil Škoda Felicia Pick-up s nákladem tvaru kvádru (obr. 2) se rozjíždí do kopce, který má úhel sklonu  $\alpha$ . Po rozjezdu jede dál rovnoměrným pohybem. Náhle spatří stát na silnici před sebou překážku a začne brzdit. Součinitel smykového tření za klidu mezi nákladem a korbou je  $f_0$ . Po odstranění překážky se zase začne rozjíždět. Určete

- maximální zrychlení automobilu při rozjíždění, aby nedocházelo ke smýkání nákladu po korbě a aby se náklad nepřevrátil.
- maximální zpomalení automobilu při brzdění opět tak, aby nedocházelo ke smýkání nákladu po korbě a aby se náklad nepřevrátil.



Obr. 2

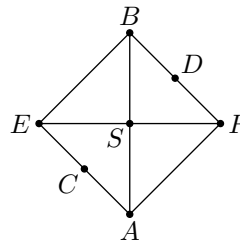
Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty  $b = 1,0$  m,  $h = 1,5$  m,  $\alpha = 15^\circ$ ,

- $f_0 = 0,4$ ; 2.  $f_0 = 0,7$ .

#### 4. Hrátky se čtvercem

Na obr. 3 je znázorněn drátěný čtverec s úhlopříčkami. Velikost odporu strany čtverce je  $R$ , všechny vodiče jsou ze stejného materiálu a mají stejně velký průřez. Určete

- velikost elektrického odporu mezi body  $A$  a  $B$ ,
- velikost elektrického odporu mezi body  $C$  a  $D$  (body  $C$  a  $D$  leží ve středech stran čtverce),
- velikost elektrického odporu mezi body  $B$  a  $S$ .



Obr. 3