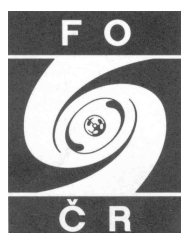


51. ročník fyzikální olympiády – kategorie A – celostátní kolo



Experimentální úloha

Studium kmitů vodorovné tyče zavěšené na dvou rovnoběžných vláknech

Pomůcky: Závitová tyč, závaží o hmotnosti 50 g, 20 matic, nepružná nit, stativová souprava, délkové měřidlo 20 cm, stopky, nůžky.

Úkoly:

1. Uvažujme 3 způsoby harmonických kmitů homogenní tyče, kterou zavěsíme do vodorovné polohy v jejích koncových bodech na dvou svislých nepružných vláknech stejné délky a zanedbatelné hmotnosti :

- Rotační kmity kolem svislé osy tyče s periodou T_0 .
- Podélné kmity v rovině určené tyčí a závěsy s periodou T_1 .
- Příčné kmity kolmé k rovině určené tyčí a závěsy s periodou T_2 .

Skutečné kmity se blíží harmonickým kmitům tím více, čím menší je amplituda úhlové výchylky vláken.

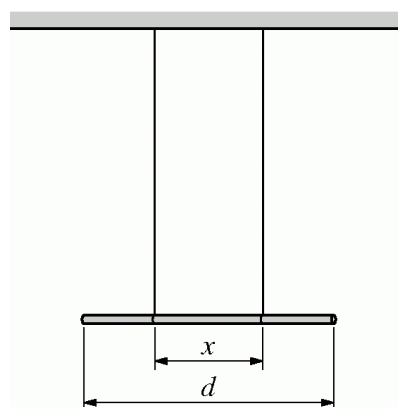
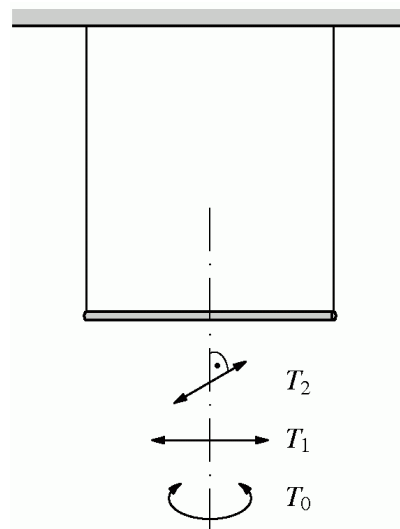
Zavěste závitovou tyč podle úvodního popisu a měřením určete poměr period $T_0 : T_1 : T_2$ malých kmitů. Výsledek slovně zdůvodněte.

2. Nyní budeme zavěšovat tyč souměrně na vzájemně rovnoběžná vlákna a experimentálně zjišťovat funkční závislost periody T_x rotačních kmitů na vzdálenosti x závěsů.

Tuto funkční závislost lze zapsat ve tvaru

$$T_x = a(x - b)^n + c,$$

kde číselné hodnoty konstant a , b , c , n jsou reálná čísla. Určete libovolným způsobem, tj. početně nebo graficky s využitím milimetrového papíru, číselné hodnoty těchto konstant.



3. Pro periodu rotačních kmitů zavěšené tyče platí stejný vzorec jako pro fyzické kyvadlo

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}},$$

kde J je moment setrvačnosti tyče vzhledem k ose otáčení a D je direkční moment, tj. moment síly připadající na jednotkovou úhlovou výchylku. Tento direkční moment je v případě daného způsobu zavěšení tyče přímo úměrný tíhové síle, která kmity způsobuje.

Periodu rotačních kmitů samotné tyče zavěšené ve svých koncových bodech lze psát

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{km_0 g}}. \quad (1)$$

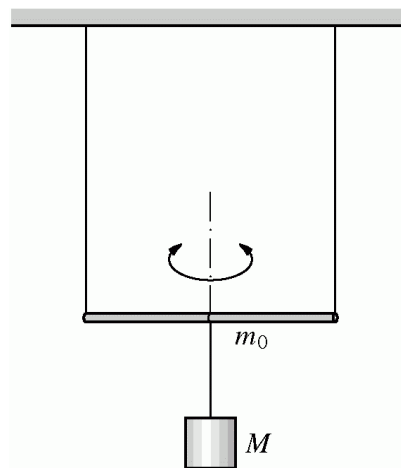
Zavěsíme-li navíc do středu tyče za vlákno závaží o hmotnosti M , dostaneme periodu rotačních kmitů tyče (zavěšené těleso nerotuje)

$$T_M = 2\pi \sqrt{\frac{J}{k(m_0 + M)g}}. \quad (2)$$

Ze známé hmotnosti M závaží a z naměřených period T_0 a T_M lze vypočítat hmotnost m_0 tyče.

Odvoďte ze vztahů (1) a (2) vzorec pro výpočet hmotnosti m_0 .

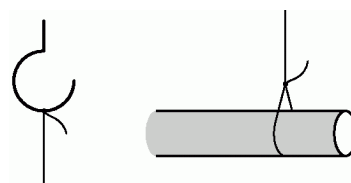
Změřte 10krát dobu N_1 period T_0 a 10krát N_2 period T_M a výsledky запиšte do tabulky. Počty N_1 a N_2 si zvolte. Dvojici časů v každém řádku považujte za samostatné měření, jehož výsledkem je vypočtená hmotnost tyče. Hmotnost $M = 50$ g přitom považujte za přesnou. Ze souboru vypočtených hmotností určete aritmetický průměr \bar{m}_0 , směrodatnou odchylku $s(\bar{m}_0)$ aritmetického průměru a relativní chybu $\delta(m_0)$ měření.



4. Navrhnete metodu, kterou lze s užitím předcházejících výsledků určit průměrnou hmotnost m_1 jedné matky, a měření provedte. Hmotnost tyče m_0 považujte za známou a za její hodnotu považujte hodnotu, kterou jste naměřili v předchozí úloze.

Poznámky pro praktické provedení:

Závěs upevněte na háčky stativu napevno. Na dolním konci závěsu vytvořte očko na provléknutí závitové tyče, aby se mohlo s tyčí snadno manipulovat. Délku závěsu volte aspoň 50 cm.



Základy statistického zpracování výsledků měření

n – počet naměřených hodnot
 x_i – i -tá naměřená hodnota

aritmetický průměr naměřených hodnot $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

odchylka i -té naměřené hodnoty od aritmetického průměru $\Delta_i = x_i - \bar{x}$

směrodatná odchylka jednoho měření, kterou obvykle nalezneme ve statistickém režimu

kalkulačky $\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ $\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

směrodatná odchylka aritmetického průměru $s(\bar{x}) = \frac{\sigma_n}{\sqrt{n-1}} = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$

relativní chyba měřené veličiny $\delta(x) = \frac{s(\bar{x})}{\bar{x}}$

