

Úlohy 1. kola 50. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie D

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Cyklista

Cyklista při své projížďce mezi obcemi musí ujet dráhu 3 km. Nejprve se rozjíždí rovnoměrně zrychleným pohybem, a to tak, že za 1 minutu dosáhne z klidu rychlosti $24 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, dále pak jede rovnoměrným pohybem touto rychlostí v úseku 1 km. Pak však začne foukat vítr, který způsobí, že se cyklista na dalším úseku pohybuje s konstantním zrychlením po dobu 4,5 minuty. Nakonec v úseku posledních 300 m před cílem se cyklista pohybuje rovnoměrně zpomaleně tak, aby se v cíli po ujetí již dříve uvedených 3 km zastavil.

- Na jak dlouhé dráze se cyklista rozjíždí?
- Jak dlouho jede cyklista rovnoměrným pohybem?
- Jakou bude mít cyklista velikost rychlosti v_2 po ujetí dráhy 2 700 m? Charakterizujte pohyb cyklisty v úseku, v němž foukal vítr.
- Určete velikost zrychlení a dobu jízdy cyklisty na posledním úseku jeho trasy.
- Jaká byla průměrná rychlost cyklisty?
- Znárodněte graficky ve vhodném měřítku závislost rychlosti na čase.

2. Vnitřní dráha atletického oválu má délku 400 m a skládá se ze dvou rovných úseků délky 100 m a dvou kruhových oblouků (půlkružnic) délky 100 m. Na oválu je 8 drah, šířka každé je 1,22 m. Značí se čísly 1 až 8 od vnitřní dráhy. Cílová čára je pro všechny dráhy v místě přechodu rovného úseku do oblouku. V běhu na 400 m jsou v 1. dráze cílová a startovní čára totožné, na zbývajících drahách jsou startovní čáry postupně posunuté tak, aby každý běžec měl ve své dráze do společné cílové čáry stejnou vzdálenost 400 m.

- Určete délku oválu měřenou v osmé dráze.
- V běhu na 400 m dosáhli běžec v 1. dráze a běžec v 8. dráze shodného času 46,5 s. Určete jejich úhlové rychlosti při probíhání oblouku.
- Určete velikost úhlu, o který se musí každý běžec při probíhání oblouku z úlohy b) od svislého směru odklonit.

Předpokládejme, že každý z běžců se po celou dobu pohybuje rovnoměrným pohybem.

3. Prázdný vagon má hmotnost 20 t a délku otevřené korby $l = 12 \text{ m}$. Nad vodorovnými kolejemi je umístěna násypka se štěrkem. Je-li násypka otevřená,

padá z ní štěrky s konstantním hmotnostním tokem $\Delta m/\Delta t = 2500 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Činnost násypky je řízena tak, že štěrky se sype pouze tehdy, když dopadá na korbu vagonu. První lokomotiva táhne vagon pod násypkou rovnoměrným pohybem rychlostí o velikosti $v_1 = 1,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, druhá lokomotiva rovnoměrným pohybem rychlostí o velikosti $v_2 = 0,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- a) Sestrojte pro oba pohyby do jednoho obrázku grafy závislosti velikosti síly na čase, kterou působí lokomotiva na vagon po dobu dopadu štěrku do vagonu.
 - b) Porovnejte v úloze a) obsahy ploch pod prvním a druhým grafem a uveďte, kterou veličinu tento obsah představuje.
 - c) Porovnejte přírůstek kinetické energie lokomotivy s vagonem a práci, kterou každá lokomotiva při průjezdu pod násypkou vykonala. Výsledek porovnání zdůvodněte.
 - d) Určete výkon každé lokomotivy při průjezdu vagonu pod násypkou.
4. Na kolejích ve svahu se sklonem α se nachází souprava N vagonů o stejné hmotnosti. Součinitel smykového tření mezi koly a kolejnicemi je f .
- a) Určete velikost zrychlení a soupravy, budou-li všechny vagony odbrzděné.
 - b) Určete velikost a_1 zrychlení soupravy, bude-li právě jeden z vagonů zabrzděný.
 - c) Určete minimální počet K vagonů, které musí být zabrzděné, aby se souprava do pohybu neuvadla.
 - d) Určete maximální počet L nezabrzděných vagonů, které můžeme připojit k jednomu zabrzděnému vagonu, aby se takto vzniklá souprava nerozjela.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $N = 13$, $f = 0,15$, $\alpha = 2,0^\circ$.

5. Dva chlapci stáli proti sobě ve vzájemné vzdálenosti d . Jeden hodil druhému míč tak, že doba letu byla t_1 , poté druhý hodil míč prvnímu s dobou letu $2t_1$. Hmotnost míče je m .
- a) Určete maximální výšky h_1 , h_2 míče nad jeho počáteční polohou.
 - b) Určete velikosti minimálních a maximálních rychlostí $v_{\min 1}$, $v_{\min 2}$, $v_{\max 1}$, $v_{\max 2}$ míče během letu.
 - c) Určete elevační úhly α_1 , α_2 každého vrhu.
 - d) Určete práce W_1 , W_2 , které chlapci hozením míče vykonali.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $d = 18 \text{ m}$, $t_1 = 1,50 \text{ s}$, $m = 0,30 \text{ kg}$. Odpor vzduchu zanedbejte.

6. Praktická úloha: Měření hustoty užitého skla

Prázdnou skleněnou láhev zčásti naplníme vodou, vnoříme do vody ve větší nádobě a opatrně vodou doléváme do okamžiku, kdy horní okraj láhve poklesne do roviny hladiny. Objem vody v láhvi označme V_1 . Dále označme V_0 vnitřní objem láhve, m hmotnost láhve, ρ_v hustotu vody, ρ hustotu skla. Podle Archimedova zákona pak platí

$$mg + \rho_v V_1 g = \rho_v \left(V_0 + \frac{m}{\rho} \right) g.$$

Úkoly:

- Z rovnice vyjádřete hustotu ρ .
- V tabulkách nebo na internetu najdete hustotu ρ_v vody pro teplotu použité vody.
- Veďte 6 až 10 lahví a s každou proveďte popsany pokus. Odměrným válcem zjistěte objemy V_0 , V_1 , vážením hmotnost m . Výsledky měření zapisujte do tabulky:

Láhev	$\frac{m}{g}$	$\frac{V_0}{\text{cm}^3}$	$\frac{V_1}{\text{cm}^3}$	$\frac{\rho}{g \cdot \text{cm}^{-3}}$

Vypočítejte střední hustotu skla jako aritmetický průměr naměřených hustot.

- Posuďte možné chyby měření a určete průměrnou a relativní odchylku měření.

7. Rovnoměrně zrychlený pohyb vozíku

Vozík s určitou počáteční rychlostí se pohybuje po vzduchové dráze. Jeho pohyb je zaznamenán videokamerou v souboru **zrychleny.avi** a upraven tak, že časový odstup mezi následujícími dvěma snímky je 0,1 s. Soubor **zrychleny.avi** stáhněte na adrese www.gypce.cz/fo/zrychleny.zip. Zároveň stáhněte program AVISTEP pro analýzu pohybu (www.gypce.cz/fo/avistep.zip) a **manuál** k ovládání programu AVISTEP (www.gypce.cz/fo/manual.doc).

Úkoly:

- Sestrojte graf: Závislost souřadnice x na čase. V Excelu proložte regresní funkci a najděte odpovídající rovnici.
- Z rovnice regresní funkce určete velikost zrychlení a velikost počáteční rychlosti vozíku.

- c) Vypočtete velikost v_1 rychlosti vozíku v čase 0,85 s.
- d) Tečna ke grafu závislosti dráhy na čase sestavená v bodě křivky v daném čase charakterizuje velikost okamžité rychlosti v tomto čase. Velikost okamžité rychlosti je dána sklonem tečny, tedy poměrem přírůstku dráhy (souřadnice x) a přírůstku času t . Ke grafu v čase 0,85 s sestrojte tečnu, pomocí popsané metody určete velikost rychlosti v tomto čase a výsledek porovnejte s výsledkem úlohy c).

Provedení: Rozbalte stažené soubory. V programu AVISTEP_CZE otevřete soubor **zrychleny.avi**. V nabídce *Zobrazení* otevřete *Volby* a zaškrtněte „Stále respektovat rozměry videosouboru“. Podle **manuálu** k ovládání programu AVISTEP postupně označte polohy vozíku na všech snímcích a zkopírujte tabulku hodnot do Excelu. V Excelu vyberte sloupec s časy a sloupec se souřadnicemi x a sestrojte bodový graf $x = f(t)$. Regresní funkce se proloží přiblížením šipky na některý bod grafu a po stlačení pravého tlačítka myši se z *nabídky* vybere „Přidat spojnici trendu“. Je třeba zvolit správnou funkci a dále *Možnosti* – „Zobrazit rovnici regrese“.