



Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky
Úlohy regionálního kola 48. ročníku FO
kategorie C

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Krupobití

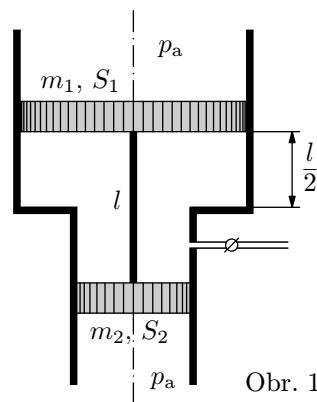
Průměrná hustota ledových krup vznikajících v bouřkových mracích – cumulonimbech – je $\rho_1 = 600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Ledová kroupa tvaru koule o poloměru R padá za bezvětří z velmi velké výšky. Budeme předpokládat, že odporová síla působící proti pohybu splňuje Newtonův vzorec $F_{\text{odp}} = \frac{1}{2}CS\rho v^2$ a že v poslední fázi letu se velikost kroupy nemění. Hustota vzduchu je $\rho = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, součinitel odporu $C = 0,48$.

- Určete velikost rychlosti dopadu kroupy, nejprve obecně, pak pro hodnotu $R = 6 \text{ mm}$. Rozhodněte, které kroupy padají rychleji, zda malé nebo velké.
- Odvoďte vzorec vyjadřující funkční závislost kinetické energie E_k kroupy před dopadem na zem na jejím poloměru R .
- Dvě kroupy mají poměr poloměrů $R_1 : R_2 = 1 : 4$. Určete poměr $v_1 : v_2$ velikostí jejich rychlostí a poměr $E_{k1} : E_{k2}$ jejich kinetických energií před dopadem.

2. Dvojjálec

V rotačním dvojjálcí s vertikální osou je uzavřen vzduch mezi dvěma písty, které mají hmotnosti m_1, m_2 , plošné obsahy S_1, S_2 a jsou spojeny neroztažitelnou tyčí délky l a zanedbatelné hmotnosti.

- Určete látkové množství n vzduchu a jeho hmotnost m , jestliže při teplotě t je horní píst ve výšce $l/2$ nad rozhraním mezi širší a užší částí dvojjálce (obr. 1).
- Určete posunutí x pístů, jestliže se teplota vzduchu mezi písty změní o Δt .



Obr. 1

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $S_1 = 2,00 \text{ dm}^2$, $S_2 = 0,50 \text{ dm}^2$, $m_1 = 8,0 \text{ kg}$, $m_2 = 2,0 \text{ kg}$, $l = 50 \text{ cm}$, $t = 27 \text{ }^\circ\text{C}$, $\Delta t = 50 \text{ }^\circ\text{C}$. Okolní atmosféra má tlak $p_a = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Tření mezi písty a stěnami válce je zanedbatelné. Molární hmotnost vzduchu je $M_m = 28,96 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$.

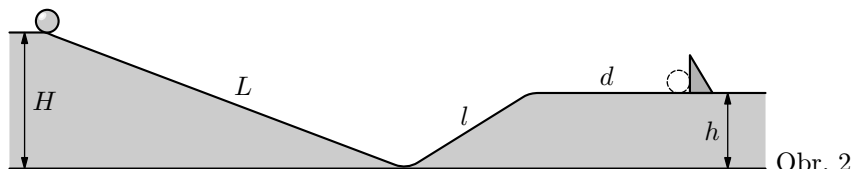
3. Kulička

Malá kulička uvolněná na horním konci nakloněné roviny délky L a výšky H se po ní skutálela dolů, pak vystoupila po nakloněné rovině délky l a výšky $h < H$ na vodorovnou rovinu a pokračovala v pohybu, až ve vzdálenosti d narazila na zarážku (obr. 2). Za předpokladu, že valivý odpor je zanedbatelný a že kulička se valila bez klouzání, určete

- velikost v_1 rychlosti kuličky při přechodu z jedné nakloněné roviny na druhou a velikost v_2 její rychlosti při nárazu na zarážku,
- celkovou dobu pohybu.

Velikost kuličky zanedbejte. Přechod mezi nakloněnými rovinami a na horním konci druhé nakloněné roviny je zaoblen, aby nedošlo k nárazu a nadskočení kuličky. Rozměry zaoblení zanedbejte. Moment setrvačnosti homogenní koule o hmotnosti m a poloměru r vzhledem k ose jdoucí jejím středem je $J = \frac{2}{5}mr^2$.

Úlohu řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $L = 3,00$ m, $H = 90$ cm, $l = 1,00$ m, $h = 50$ cm, $d = 60$ cm.



Obr. 2

4. Kmity desky

Těleso leží na vodorovné desce, která koná harmonický kmitavý pohyb.

- Kmity probíhají v horizontální rovině a mají periodu T . Součinitel statického tření mezi tělesem a deskou je μ . Určete maximální amplitudu kmitání desky tak, aby těleso po desce neklouzalo.
Řešte obecně, potom pro hodnoty $T = 0,50$ s, $\mu = 0,50$.
- Deska kmitá harmonicky ve vertikálním směru s amplitudou y_m . Určete maximální frekvenci, při níž těleso ještě neodsakuje od desky.
Řešte obecně, potom pro hodnotu $y_m = 5,0$ cm.