

Úlohy 1. kola 48. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie B

1. Kosmická loď

Kosmická loď se přibližuje k Měsíci po parabolické trajektorii téměř se dotýkající povrchu Měsíce. Na kruhovou dráhu v těsné blízkosti povrchu Měsíce přejde pomocí brzdícího raketového motoru, který spustí v okamžiku největšího přiblížení k Měsíci (obr. 1).

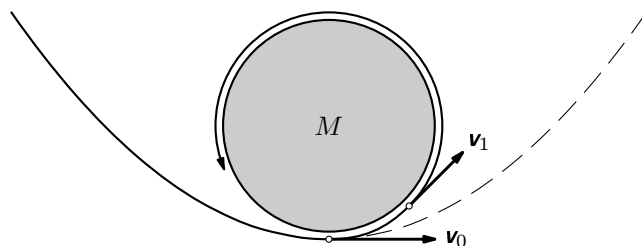
- Určete, jak se musí při tomto manévru změnit velikost rychlosti kosmické lodi.
- Určete, jakou část počáteční hmotnosti kosmické lodi tvoří palivo a okysličovadlo, které je potřebné na provedení tohoto manévru, jestliže rychlost spalin vytékajících z trysky motoru má velikost $v_r = 4,0 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Hmotnost Měsíce je $M = 7,4 \cdot 10^{22} \text{ kg}$, poloměr Měsíce je $R = 1,7 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Při řešení úlohy b) použijte Ciolkovského rovnici ve tvaru

$$\Delta v = -v_r \ln \frac{m_0}{m},$$

kde Δv je změna velikosti rychlosti kosmické lodi, m_0 je počáteční a m je konečná hmotnost kosmické lodi.



Obr. 1

2. Carnotův cyklus

Carnotův cyklus probíhá mezi teplotami $T_1 = 600 \text{ K}$ a $T_2 = 300 \text{ K}$ v ideálním plynu o látkovém množství $n = 0,100 \text{ molu}$. Nejvyšší tlak dosažený během cyklu je $3,00 \text{ MPa}$ a nejnižší $0,100 \text{ MPa}$. Poissonova konstanta plynu má hodnotu $\kappa = 1,40$.

- Určete zbývající hodnoty stavových veličin ve vrcholech $p - V$ diagramu tohoto kruhového děje, tj. v bodech, kde se protínají příslušné izotermy a adiabaty.
- Sestrojte $p - V$ diagram ve vhodném měřítku.
- Určete teplo Q_1 přijaté plynem od ohříváče a teplo Q_2 odevzdané plynem chladiči během jednoho cyklu.
- Určete celkovou práci W' během jednoho cyklu a účinnost cyklu.

Potřebný výklad o Carnotově cyklu včetně vztahů potřebných k vyřešení této úlohy naleznete ve studijním textu *Kruhový děj s ideálním plynem*. Knihovnička FO č. 63, MAFY, Hradec Králové 2004.

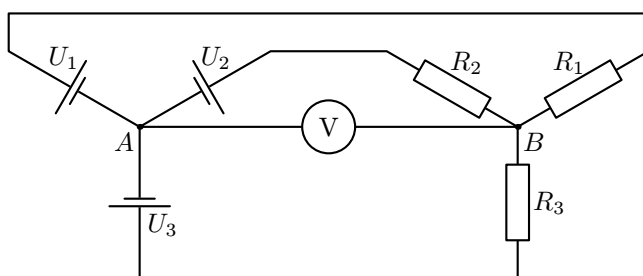
Tento text je také na internetu na <http://www.uhk.cz/fo> nebo <http://fo.cuni.cz>.

3. Složený obvod

Tři zdroje o elektromotorických napětích $U_1 = 3,0 \text{ V}$, $U_2 = 6,0 \text{ V}$, $U_3 = 9,0 \text{ V}$ a zanedbatelném vnitřním odporu jsou připojeny zápornými póly do společného uzlu A . Kladné póly zdrojů jsou přes tři rezistory o odporech $R_1 = R_2 = 100 \Omega$, $R_3 = 200 \Omega$ připojeny do společného uzlu B (obr. 2).

- Jaké napětí mezi uzly A a B naměříme voltmetrem o velmi velkém odporu?
- Voltmetr nahradíme ampérmetrem o zanedbatelném odporu. Jaký proud naměříme?
- Ampérmetr nahradíme rezistorem o odporu $R = 17 \Omega$. Jaký proud jím bude procházet?

Řešte nejprve obecně a pak pro dané hodnoty.



Obr. 2

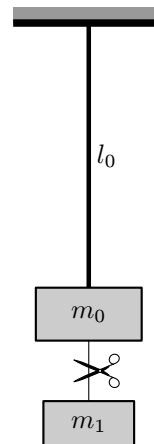
4. Kmity zavěšeného tělesa

Ocelový drát má délku l_0 a obsah příčného řezu S . Modul pružnosti oceli v tahu je E .

- Určete práci W nutnou k takovému prodloužení drátu, kdy normálové napětí v drátu dosáhne meze úměrnosti σ_u .
- Drát ve svislé poloze připevníme horním koncem k tuhé konstrukci a na dolní konec upevníme (např. na závit) těleso o hmotnosti m_0 (obr. 3). Na toto těleso zavěšíme pomocí vlákná závaží o hmotnosti m_1 ($m_1 < m_0$). Hmotnosti jsou takové, že normálové napětí v drátu nepřekročí mez úměrnosti. Po přestřížení vlákná bude závaží o hmotnosti m_0 konat svislé kmity. Určete jejich amplitudu výchylky y_m , amplitudu zrychlení a_m a frekvenci f .

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty:

$l_0 = 1,20 \text{ m}$, $S = 4,00 \text{ mm}^2$, $E = 210 \text{ GPa}$, $\sigma_u = 400 \text{ MPa}$, $m_0 = 5,00 \text{ kg}$, $m_1 = 4,00 \text{ kg}$, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Hmotnost drátu při zavěšení tělesa a při kmitech zanedbejte.

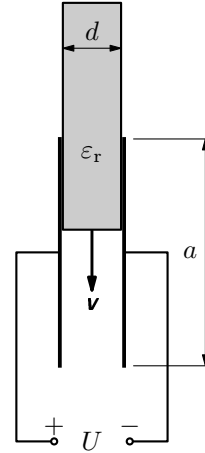


Obr. 3

5. Kondenzátor s proměnnou kapacitou

Vzduchový kondenzátor je připojen ke zdroji o svorkovém napětí U . Desky kondenzátoru jsou čtvercové, délka strany čtverce je a . Vzájemná vzdálenost desek je $d \ll a$. Mezi desky budeme zasouvat stálou rychlostí v čtvercovou desku o straně a a tloušťce nepatrně menší než d vyrobenou z dielektrika o relativní permitivitě ϵ_r , až zaplní celý prostor mezi deskami kondenzátoru.

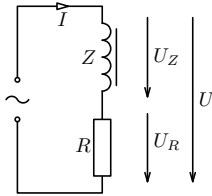
- Určete, jak se bude měnit kapacita kondenzátoru a náboje na jeho deskách v závislosti na čase.
- Určete proud protékající při tomto ději obvodem.
- Určete změnu energie kondenzátoru během zasouvání desky a porovnejte ji s energií dodanou do obvodu za tutéž dobu zdrojem.
- Na základě tohoto srovnání určete, jak velká elektrická síla bude působit na desku z dielektrika během zasouvání a jaký bude mít směr.



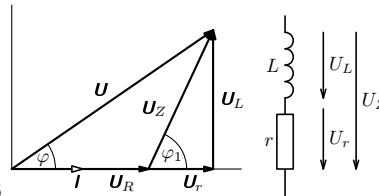
Obr. 4

6. Praktická úloha: Měření v obvodu s tlumivkou

Některé spotřebiče jsou ke zdroji střídavého napětí připojeny sériově s tlumivkou – cívkou, která omezuje procházející proud (obr. 5). Vlastnosti takového obvodu můžeme popsat pomocí fázorového diagramu (obr. 6). Přitom předpokládáme, že skutečná cívka o impedanci Z se chová jako sériové spojení ideální cívky o indukčnosti L a rezistoru o rezistanci r . Celkové napětí předbíhá před proudem fázově o φ , napětí na cívce o φ_1 .



Obr.5



Obr.6

Celkové napětí obvodu vyjádříme pomocí kosinové věty:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_Z^2 + 2U_R U_Z \cos \varphi_1} = I \sqrt{R^2 + Z^2 + 2RZ \cos \varphi_1}$$

Z toho
$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z^2 + 2RZ \cos \varphi_1}}$$

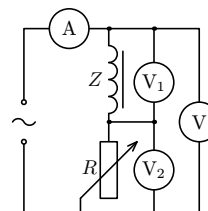
Pro výkon spotřebiče platí

$$P = RI^2 = \frac{RU^2}{R^2 + Z^2 + 2RZ \cos \varphi_1} = \frac{RU^2}{R^2 + Z^2 - 2RZ + 2RZ(1 + \cos \varphi_1)} = \frac{1}{R} \frac{RU^2}{(R - Z)^2 + 2Z(1 + \cos \varphi_1)}$$

Budeme-li do obvodu s toutéž cívkou zapojovat různé spotřebiče, dosáhneme maximálního výkonu $P_{\max} = \frac{U^2}{2Z(1 + \cos \varphi_1)}$ při rezistanci $R = Z$.

Úkoly:

- Sestavte obvod podle obr. 7. Použijte robustnější síťový transformátor s výstupním napětím 24 V, cívku z rozkladného transformátoru o 600 závitů s rovným jádrem, reostat o odporu 100 Ω , ampérmetr a tři stejné voltmetry (v nouzi vystačíme s jedním voltmetrem).
- Postupně po malých krocích zmenšujte odpor reostatu a údaje měřicích přístrojů zapisujte do tabulky. Z naměřených hodnot pokaždé vypočítejte odpor spotřebiče (reostatu) a jeho výkon.



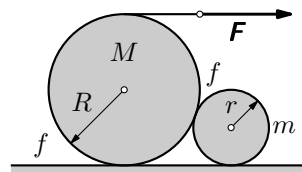
Obr. 7

I/A	U/V	U_R/V	U_Z/V	R/Ω	P/W

- Sestrojte graf závislosti výkonu reostatu na jeho odporu a ověřte, že je maximální, když $R = Z$ (tj. když $U_R = U_Z$).
- Pro případ, že $R = Z$, určete také celkový činný výkon $P_{\text{celk}} = UI \cos \varphi$ v obvodu a účinnost $\eta = P_{\max}/P_{\text{celk}}$ celého obvodu.
- Z hodnot naměřených při maximálním výkonu spotřebiče určete indukčnost L ideální cívky a rezistanci r rezistoru, jejichž sériovým spojením bychom mohli danou skutečnou cívku nahradit.

7. Válcce

Na drsné vodorovné rovině leží dva dotýkající se válce o poloměrech R a r a hmotnostech M a m . Kolem většího válce o poloměru R je navinut provaz, na jehož konci budeme působit ve vodorovném směru silou \mathbf{F} , jejíž velikost budeme zvolna zvětšovat (obr. 8).



Obr. 8

- Určete velikost součinitele smykového tření f (stejného pro všechny styčné plochy), aby se větší válec převalil bez prokluzu přes menší válec.
- Určete velikost síly \mathbf{F} , pro kterou k tomuto převalení dojde.