

Úlohy 1. kola 46. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie D

1. Felicia a Octavia

Felicia se pohybovala rychlostí $7,2 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ v příváděcím pruhu z vedlejší silnice na hlavní, když po hlavní silnici kolem ní projela Octavia rychlostí $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Po uplynutí 2 s začal řidič Felicie zrychlovat a za dobu 18 s rovnoměrně zrychleného pohybu dosáhl rychlosti $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Po 20 s rovnoměrného pohybu řidič začal brzdit, neboť právě spatřil 90 m před sebou stojící Octavii. Brzdil rovnoměrně zpomaleně tak, že zastavil 10 m za Octavií.

- Sestrojte graf závislosti rychlosti na čase pro Felicii.
- Z grafu určete dráhu, kterou urazila Felicia, a její průměrnou rychlost.
- Za předpokladu, že Octavia zastavovala rovnoměrně zpomaleným pohybem se stejným zrychlením jako Felicia, sestrojte do téhož obrázku graf závislosti rychlosti na čase pro Octavii.
- Z grafu určete časový okamžik, v němž byla vzdálenost mezi automobily maximální, a tuto vzdálenost.

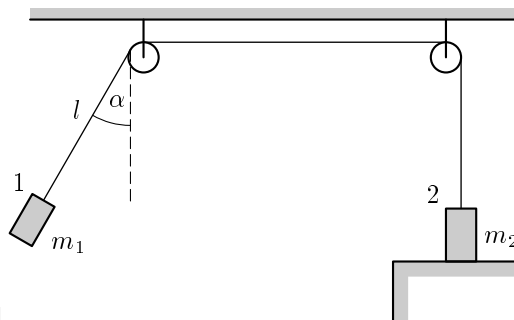
2. Okamžité rychlosti

Cyklista jede na kole rovnoměrným přímočarým pohybem rychlostí o velikosti v_0 . Vzhledem k pozorovateli pevně spojenému se zemským povrchem vykonává každý bod předního nebo zadního kola mimo osu otáčení pohyb, který lze rozložit na dva nezávislé pohyby, s celým bicyklem posuvný pohyb a kolem osy otáčivý pohyb.

- Sestrojte kružnici znázorňující kolo bicyklu o poloměru r . Na kružnici zvolte bod A , který představuje např. malý kamínek zachycený ve vzorku pláště. V počáteční poloze se kamínek dotýká vozovky. Zvolte vhodné měřítko a sestrojte pro bod A vektor rychlosti posuvného pohybu, vektor rychlosti otáčivého pohybu. Oba vektory složte, abyste získali výslednou rychlost \mathbf{v} bodu A . Konstrukci opakujte pro další polohy bodu A během jedné otáčky kola, a to vždy po 30° .
- Celou konstrukci opakujte pro bod B ve vzdálenosti $r/2$ od osy otáčení kola, který představuje např. magnet computeru upevněný na špici kola.
- Dále zvolíme bod C v ose otáčení kola. Sestrojte do jednoho obrázku grafy závislosti poměru v/v_0 na úhlu otočení pro body A , B a C . Velikost v výsledné rychlosti zjistěte měřením z konstrukce nebo výpočtem.

3. Soustava těles

Na vlákne vedeném přes dvě malé kladky (obr. 1) jsou zavěšena dvě tělesa o hmotnostech m_1 a m_2 , přičemž platí $m_1 < m_2$. Těleso 1 visí na části vlákna délky l , těleso 2 se nachází na vodorovné podložce. Nyní těleso 1 vychýlíme z rovnovážné polohy a uvolníme. Určete podmínku pro úhel α výchylky tak, aby se těleso 2 působením vlákna začalo pohybovat. Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $m_1 = 2,0$ kg, $m_2 = 3,0$ kg, resp. $m_2 = 7,0$ kg.



Obr. 1

4. Vagony

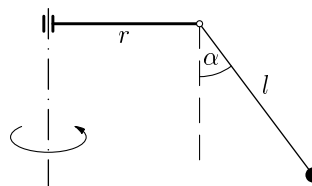
Po vodorovných přímých kolejích se pohybuje vagon o hmotnosti m_1 rychlostí o velikosti v_0 a narazí na zabrzděný vagon o hmotnosti m_2 ($m_1 < m_2$). Po nárazu se vagony automaticky spojí. Součinitel smykového tření mezi koly vagonu a kolejnicemi je f .

- Určete velikost a zrychlení soustavy během zastavování.
- Určete brzdnu dráhu s soustavy.
- Určete poměr s'/s , kde s' je brzdná dráha soustavy za jinak stejných podmínek, jestliže se role vagonů vymění.
- Určete brzdnu dráhu s'' soustavy v případě, že vagony mají stejnou hmotnost.

Řešte obecně, pak pro hodnoty $m_1 = 20$ t, $m_2 = 32$ t, $v_0 = 6,0$ m \cdot s⁻¹, $f = 0,060$, $g = 10$ m \cdot s⁻².

5. Řetízkový kolotoč

Sedačka řetízkového kolotoče je zavěšena ve vzdálenosti r od osy otáčení, závěs má délku l (obr. 2). Při rovnoměrném otáčení kolotoče nesmí přetížení pasažéra překročit hodnotu 1,5 (tj. celková síla působící na pasažéra nesmí překročit 1,5násobek jeho tíhové síly).



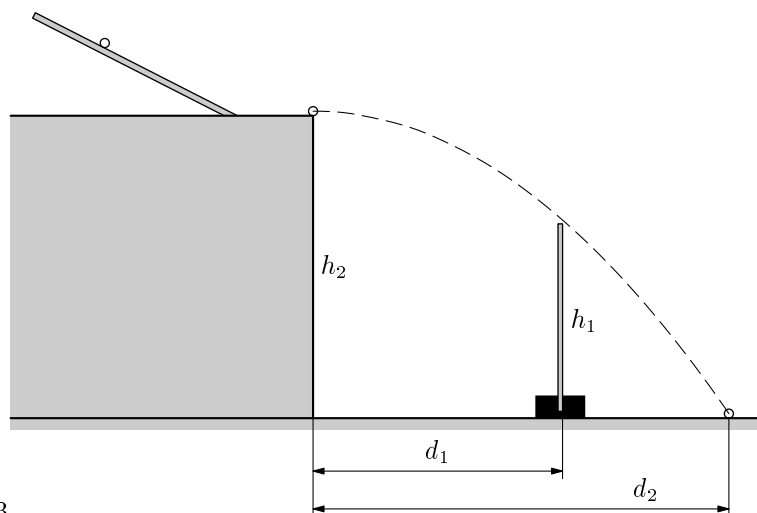
Obr. 2

- Určete maximální úhel α , o který se závěs odchýlí od svislého směru.
- Určete maximální velikost obvodové rychlosti pasažéra.
- Určete maximální frekvenci otáčení kolotoče.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $r = 3,2$ m, $l = 3,8$ m, $g = 9,81$ m \cdot s⁻².

6. Praktická úloha: Studium vodorovného vrhu

Sestavte aparaturu podle obr. 3. K vodorovné desce stolu je upevněna skloněná lišta se žlábkem nebo skloněná rovinná deska, z níž budeme pouštět kuličku. Mezi koncem lišty a hranou stolu je určitá vzdálenost, taková, aby kulička opouštěla desku stolu ve vodorovném směru. Na podlaze stojí svislá deska tvaru obdélníku o výšce h_1 . Volte $0,5h_2 < h_1 < 0,75h_2$, kde h_2 je výška stolu.



Obr. 3

Malou ocelovou kuličku uvolníme z jistého fixovaného místa nakloněné roviny. Po opuštění desky stolu letí kulička vzduchem a nakonec dopadne na podlahu. Opakovanými pokusy hledáme takovou polohu svislé desky, aby byla co nejdále od stolu a současně aby kulička přes ní bez dotyku ještě přelétla. Místo dopadu kuličky na podlahu registrujeme např. kopírákem s papírem položeným v předpokládané oblasti dopadu na podlaze. U optimálně provedeného pokusu změříme vzdálenosti d_1 a d_2 .

Popsané měření proveďte aspoň pro 6 různých počátečních poloh kuličky na nakloněné rovině. Výsledky měření zapište do tabulky:

$\frac{d_1}{\text{cm}}$						
$\frac{d_2}{\text{cm}}$						

- Sestrojte graf závislosti souřadnice desky d_1 na délce vrhu d_2 . Postupujte tak, že vynesete naměřené hodnoty a vzniklé body proložíte přímkou procházející počátkem. Graf sestrojte ručně na milimetrový papír, nebo použijte počítač.
- Z grafu určete směrnici sestavené přímky, tj. tangens úhlu mezi přímkou a vodorovnou osou d_2 .
- Změřte výšku stolu h_2 a výšku svislé desky h_1 . Vypočtěte hodnotu výrazu $\sqrt{\frac{h_2 - h_1}{h_2}}$ a porovnejte ji s hodnotou směrnice přímky z úlohy b).
- Pro provádění vodorovný vrh si zvolte soustavu souřadnic Oxy , napište časové rovnice vrhu a z nich odvodte rovnici trajektorie. Za souřadnice x , y v rovnici trajektorie dosadte nejprve souřadnice horní hrany svislé desky a poté souřadnice místa dopadu. Ze získaných rovnic dokažte platnost předpokládané rovnosti z úlohy c).

7. Házení míčku

Na vodorovné střeše domu stojí chlapec, který hází malým míčkem počáteční rychlostí o velikosti v_0 . Míček opouští ruku v rovině vnějšího povrchu stěny domu ve výšce h_0 nad okolním vodorovným terénem. Chlapec hodil míček nejprve svisle vzhůru, poté vodorovně a nakonec šikmo vzhůru pod úhlem α vzhledem k vodorovnému směru.

- Určete doby t_1 , t_2 , t_3 , po které je míček ve vzduchu.
- Určete velikosti v_1 , v_2 , v_3 rychlostí, kterými míček dopadne na zem.
- Určete vzdálenosti d_1 , d_2 , d_3 dopadu míčku od stěny domu.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $v_0 = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $h_0 = 28 \text{ m}$, $\alpha = 45^\circ$, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.