



Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky

## Praktická úloha celostátního kola 46. ročníku FO

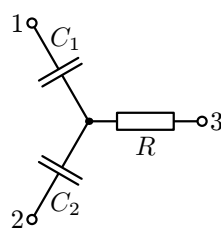
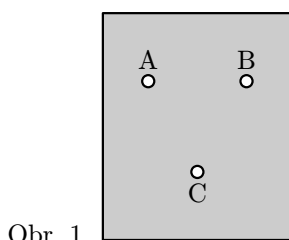
Hradec Králové 2005

### Černá skříňka

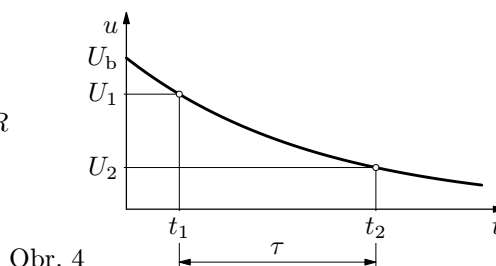
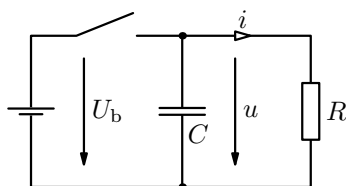
**Pomůcky:** černá skříňka, plochá baterie, digitální voltmetr se vstupním odporem  $10\text{ M}\Omega$ , destička s propojenými zdičkami, spojovací vodiče

**Zadání úlohy:** V černé skříňce s třemi zdičkami A, B, C (obr. 1) jsou umístěny dva kondenzátory o kapacitách  $C_1$ ,  $C_2$ , přičemž  $C_1 < C_2$ , a rezistor o odporu  $R$  zapojené do hvězdy (obr. 2). Pořadí, v jakém jsou vývody 1, 2, 3 připojeny ke zdičkám A, B, C, neznáme. S uvedenými pomůckami

- určete, ke kterým zdičkám jsou připojeny kondenzátory a ke které je připojen rezistor,
- určete kapacity obou kondenzátorů a odpor rezistoru.



**Teorie:** Nabijeme-li kondenzátor o kapacitě  $C$ , ke kterému je paralelně připojen rezistor o odporu  $R$ , ze stejnosměrného zdroje o svorkovém napětí  $U_b$  a pak zdroj odpojíme (obr. 3), bude se kondenzátor přes rezistor vybíjet a jeho okamžité napětí  $u$  se bude zmenšovat (obr. 4).



Během vybíjení platí

$$dq = -i dt,$$

kde  $q$  je okamžitý náboj na kondenzátoru a  $i$  okamžitý proud v obvodu. Z toho plyne pro okamžité napětí  $u$  na kondenzátoru diferenciální rovnice

$$C du = -\frac{u}{R} dt, \quad (1)$$

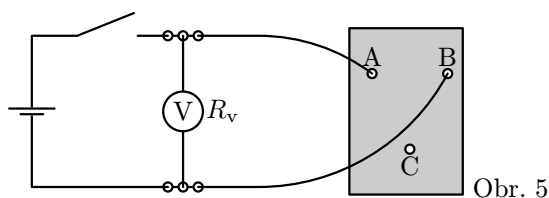
jejímž řešením při počátečních podmínkách  $t = 0$ ,  $u = U_b$  je funkce

$$u = U_b e^{-\frac{t}{RC}} = U_b e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (2)$$

Veličina  $\tau = RC$  se nazývá *časová konstanta* obvodu. Pro okamžité hodnoty napětí kondenzátoru v čase  $t_1$  a v čase  $t_2 = t_1 + \tau$  platí

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_b e^{-\frac{t_1}{\tau}}}{U_b e^{-\frac{t_1+\tau}{\tau}}} = \frac{e^{-\frac{t_1}{\tau}}}{e^{-\left(\frac{t_1}{\tau}+1\right)}} = e \doteq 2,718. \quad (3)$$

**Praktická část:** Vlastní měření uskutečníme v zapojení podle obr. 5. K voltmetru o známém vstupním odporu  $R_v = 10,0 \text{ M}\Omega$ , na kterém nastavíte stejnosměrný rozsah 20 V, připojte paralelně plochou baterii a černou skříňku pomocí zdířek A, B. Po chvíli baterii odpojte a se stopkami v ruce sledujte časový průběh poklesu napětí voltmetru. Totéž zopakujte pro kombinace zdířek B, C a A, C.



#### Teoretické úkoly:

- a) Zdůvodněte, proč pokles napětí voltmetru bude ve všech třech případech probíhat podle vztahu

$$u_v = U_0 e^{-\frac{t}{\tau_i}}, \quad (4)$$

kde  $U_0$  je napětí voltmetru v okamžiku odpojení baterie a  $\tau_i$  časová konstanta daného obvodu. Zvolme označení:

- $\tau_1 \dots$  je připojen rezistor a kondenzátor  $C_1$ ,
- $\tau_2 \dots$  je připojen rezistor a kondenzátor  $C_2$ ,
- $\tau_3 \dots$  jsou připojeny oba kondenzátory.

Vyjádřete časové konstanty  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  pomocí veličin  $R_v, R, C_1$  a  $C_2$ .

- b) Stanovte kritéria, podle kterých poznáte, ke které zdírce černé skříňky je připojen rezistor.
- c) Odvoďte vztahy, pomocí kterých z časových konstant  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  a odporu voltmetru  $R_v$  vypočítáme odpor  $R$  rezistoru a kapacity  $C_1$  a  $C_2$  kondenzátorů v černé skříňce.

### Praktické úkoly:

- d) Změřte časové konstanty  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$ . Využijte přitom vztah (3). Zvolte napětí  $U_1$ , při jehož dosažení spustíte stopky a vypočítejte příslušné napětí  $U_2$ , při jehož dosažení stopky zastavíte. Pro každou kombinaci zdírek měření desetkrát opakujte, výsledky zapište do tabulky, určete jejich aritmetický průměr a mezní chybu aritmetického průměru.
- e) Pomocí vztahů odvozených v úkolu c) vypočítejte odpor  $R$  rezistoru a kapacity  $C_1, C_2$  obou kondenzátorů.
- f) Určete, ke kterým zdírkám jsou jednotlivé součástky připojeny.
- g) Odhadněte mezní chyby vypočítaných veličin  $R, C_1$  a  $C_2$ . Zadanou hodnotu odporu  $R_v$  voltmetru berte jako přesnou.  
*Návod:* Horní a dolní meze vypočtených veličin můžete získat vhodným dosazením horních a dolních mezí změřených časových konstant do vzorců odvozených v úkolu c).