

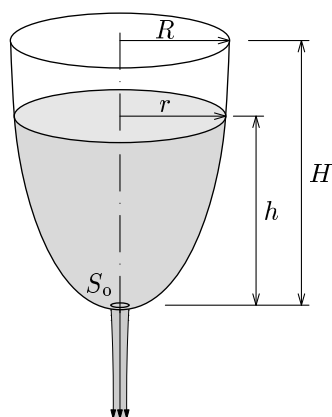


Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky
**Úlohy regionálního kola 42. ročníku FO
kategorie A**

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Staré vodní hodiny byly zhotoveny jako číše, ze které malým otvorem ve dně vytékala voda (obr. 1). Takové hodiny používali u řeckých a římských soudů, aby určili časový limit advokátům a nedocházelo tak k dlouhým vystoupením.

- a) Předpokládáme, že číše je rotační těleso se svislou osou souměrnosti. Jak se mění poloměr r příčného průřezu v závislosti na jeho výšce ode dna, jestliže hladina klesá stálou rychlostí?
- b) Jaký je poloměr R horního okraje číše a jaký plošný obsah S_0 má otvor ve dně, je-li objem nádoby V , výška nádoby H a voda z ní vyteče za dobu t ?



Obr. 1

Řešte obecně a pro hodnoty $V = 5 \text{ dm}^3$, $H = 30 \text{ cm}$, $t = 15 \text{ min}$. Vodu považujte za dokonalou kapalinu.

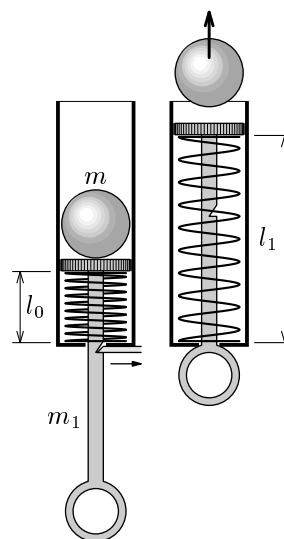
2. Zařízení na obr. 2, které slouží k vymrštění kuličky o hmotnosti m , se skládá z válcové nádoby s otvorem ve dně, volného pístu s táhlem o celkové hmotnosti m_1 a tlačné pružiny o tuhosti k , jejíž délka l v nezátíženém stavu je větší než délka nádoby. Nádoba je připevněna k masivnímu stojanu. Na píst položíme kuličku a pružinu stlačíme na délku l_0 . Po uvolnění se pružina roztáhne na délku l_1 a zvedne píst s kuličkou. Píst se zastaví pod horním okrajem nádoby působením zarážky, ale kulička pokračuje v pohybu vzhůru.

- S jakou rychlostí kulička opustí píst a do jaké výšky nad píst vyletí?
- Vysvětlete, proč můžeme pohyb pístu při roztážení pružiny z délky l_0 na délku l_1 považovat za část harmonického kmitu, a určete dobu, za kterou roztážení proběhne.

Řešte obecně a pro hodnoty:

$m = 24 \text{ g}$, $m_1 = 15 \text{ g}$, $l = 120 \text{ mm}$, $l_0 = 30 \text{ mm}$, $l_1 = 80 \text{ mm}$, $k = 62 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

Hmotnost pružiny, tření a odpor vzduchu zanedbejte.

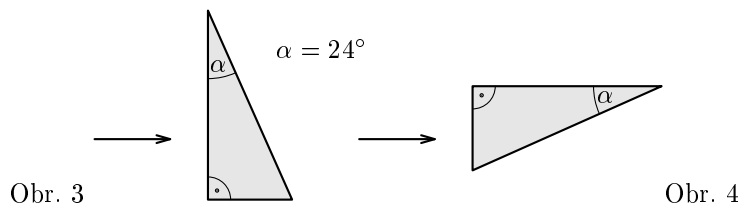


Obr. 2

3. Heliové spektrum obsahuje 7 výrazných čar, z nichž nejvýraznější – žlutá – má vlnovou délku $\lambda_z = 587,6$ nm. Světlo z heliové výbojky necháme podle obr. 3 kolmo dopadat na hranol z flintového skla (tzv. těžké sklo), jehož index lomu vzhledem ke vzduchu pro vlnovou délku λ_z je $n_z = 1,752$. Úhly hranolu jsou zřejmé z obrázku.

- Po průchodu hranolem dochází k disperzi a poslední čára na fialovém konci spektra o vlnové délce $\lambda_f = 447,1$ nm je od žluté čáry odchýlena o úhel $\varphi_f = 1^\circ 8' 50''$ (úhel lomu fialové je o φ_f větší než úhel lomu žluté). Určete index lomu n_f pro fialovou čáru.
- Závislost indexu lomu na vlnové délce velmi dobře popisuje poloempirický vztah $n = a + b/\lambda^2$, kde a , b jsou konstanty charakteristické pro daný materiál. Využijte toho pro určení indexu lomu n_c poslední čáry na červeném konci spektra, jejíž vlnová délka je $\lambda_c = 706,5$ nm. Určete také odchylku φ_c od žlutého paprsku.
- Jaké budou odchylky φ_f' , φ_c' , jestliže hranol otočíme o 90° (obr. 4)? Načrtněte chod paprsku hranolem.

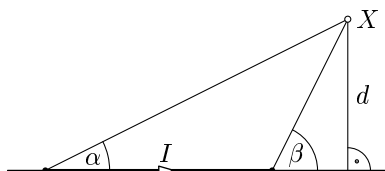
Vypočtené úhly zaokrouhlete na úhlové minuty.



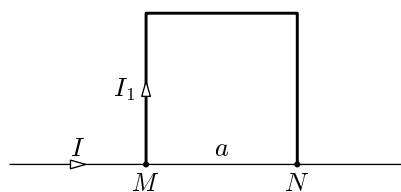
4. a) Jak velká je magnetická indukce ve středu čtvercové smyčky o straně a ve vakuu, kterou prochází proud I ? Porovnejte ji s indukcí ve středu kruhové smyčky o stejném obvodu, kterou prochází stejný proud. Vodič tvaru úsečky (obr. 5) vytváří magnetické pole, jehož indukce má v bodě X velikost

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{d} (\cos \alpha - \cos \beta).$$

- b) Dlouhým přímým vodičem ve vakuu prochází proud I . V bodech M , N je k němu připojena smyčka tvaru čtverce bez jedné strany vyrobená ze stejného materiálu (obr. 6). Obsah průřezu vodiče smyčky je k -krát větší než obsah průřezu původního vodiče. Jak velký proud I_1 prochází smyčkou?
- c) Jak velké musí být k , aby ve středu čtverce byla nulová magnetická indukce?



Obr. 5



Obr. 6