

Úlohy 1. kola 41. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie C

1. Míč byl vržen svisle vzhůru z počáteční výšky h_0 v místnosti, jejíž výška je h . Po odrazu od stropu a od podlahy vystoupil právě do místa, z něhož byl vržen. Relativní změna kinetické energie

$$k = \frac{E_k - E'_k}{E_k}$$

(E_k je kinetická energie míče těsně před odrazem, E'_k je kinetická energie míče těsně po odrazu) má pro odraz od stropu hodnotu k_s a pro odraz od podlahy hodnotu k_p . Určete velikost v_0 počáteční rychlosti míče.

Řešte obecně, potom pro hodnoty:

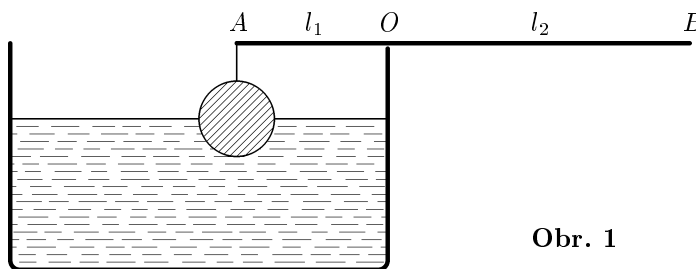
$$h = 3,5 \text{ m}, k_s = 0,40, k_p = 0,30, h_0 = 2,5 \text{ m}, g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Odpor prostředí neuvažujte, míč považujte za hmotný bod.

2. Těleso malých rozměrů o hmotnosti m je zavěšeno na vlákně délky d upevněném na tuhé vodorovné tyči zanedbatelného průměru.
- a) Těleso je v rovnovážné poloze stálé. Jak velkou rychlost v_0 ve vodorovném směru mu musíme udělit, aby vylétlo do výšky d nad tyč a aby v nejvyšším bodě kruhové trajektorie tělesa byla síla napínající vlákno nulová?
- b) Jakou silou F_t je v tomto případě napínáno vlákno při opětovém průchodu tělesa stálou rovnovážnou polohou?

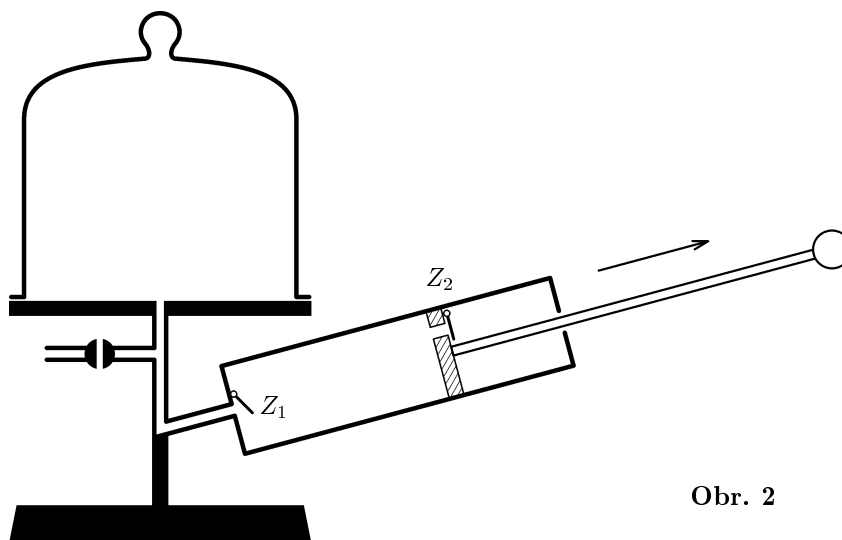
Odpor vzduchu, hmotnost a prodloužení vlákna neuvažujeme. Řešte obecně, potom pro hodnoty: $d = 0,20 \text{ m}$, $m = 0,50 \text{ kg}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

3. Na homogenní tenké tyči AB o hmotnosti m je zavěšena stejnorodá koule o poloměru R a hustotě ρ_1 . Tyč je podepřena v bodě O na okraji válcové nádoby o velkém průměru s kapalinou o hustotě ρ_2 . Bod O rozděluje tyč na dvě části o délkách l_1 a l_2 . Hmotnost vlákna je zanedbatelná. Soustava je v rovnováze, je-li tyč vodorovná a je-li koule ponořena do kapaliny polovinou svého objemu (obr. 1).



Obr. 1

- a) Určete podíl l_2/l_1 .
- b) Proveďte diskusi vztahu pro podíl l_2/l_1 vzhledem k parametrům ϱ_1 a ϱ_2 .
- c) Řešte úlohu pro hliníkovou kuličku o poloměru $R = 1,00$ cm a vodu, je-li hmotnost tyče $m = 32$ g. Rozhodněte, který z případů diskutovaných v úloze b) v tomto případě platí.
4. Při méně náročných pokusech s vakuem postačí pro vyčerpání prostoru pod recipientem jednoduchá pístová vývěva, jejíž schéma je na obr. 2. Evakuovaný prostor má objem $V_0 = 5,0$ dm³, pracovní válec vývěvy má objem $V_1 = 0,30$ dm³. Čerpání probíhá od atmosférického tlaku $p_0 = 1,00 \cdot 10^5$ Pa při teplotě laboratoře $t = 20$ °C. Molární hmotnost vzduchu $M_m = 29$ g · mol⁻¹. Předpokládejme, že zdvih pístu probíhá dostatečně pomalu a záklopka Z_1 klade vzduchu jen nepatrný odpor, takže tlak v pracovním válci se stačí během zdvihu vyrovnávat s tlakem pod recipientem. Netěsnosti aparatury a škodlivý prostor, který vznikne mezi záklopkami v dolní poloze pístu, zanedbáváme. Po posledním zdvihu se teplota aparatury brzy vyrovná s teplotou laboratoře.



Obr. 2

- a) Vypočítejte, jak se změní hustota vzduchu pod recipientem po prvních deseti zdvích pístu a jaký tlak bude pod recipientem po vyrovnání teploty s okolím.
- b) Po kolika zdvích pístu klesne tlak vzduchu v evakuovaném prostoru na jednu setinu původního tlaku?

5. Setrvačnick tvaru kotouče o hmotnosti m a poloměru r roztočený na frekvenci otáčení f byl ponechán sám sobě a zastavil se působením třecí síly. Určete moment třecí síly, jestliže se setrvačnick zastaví

- za dobu Δt ,
- po vykonání n otáček od okamžiku, kdy se příkon setrvačnicku stal nulovým.

Řešte obecně, potom pro hodnoty:

$$m = 50 \text{ kg}, r = 0,20 \text{ m}, f = 8,0 \text{ Hz}, \Delta t = 50 \text{ s}, n = 250 \text{ otáček}.$$

6. **Praktická úloha: Určení výsledné tuhosti dvou pružin spojených paralelně a sériově**

Pomůcky: 2 pružiny o stejné délce a různé tuhosti, několik větších závaží s háčky, váhy a sádka závaží, stopky.

Teorie: Mechanický oscilátor tvořený pružinou o tuhosti k a hmotnosti m_0 , na které je zavěšeno těleso o hmotnosti m , kmitá s periodou

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{m_0}{3}}{k}}.$$

Úkoly:

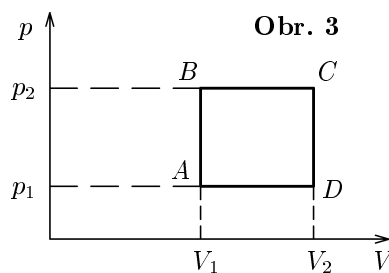
- Užitím vztahu pro dobu kmitu tělesa zavěšeného na pružině určete experimentálně tuhosti obou pružin.
- Určete teoreticky výslednou tuhost obou pružin, jsou-li spojeny: a) sériově, b) paralelně.
- Užitím vztahu pro dobu kmitu tělesa zavěšeného na pružině ověřte experimentálně výsledek výpočtu.

7. V ideálním plynu s dvouatomovými molekulami probíhá kruhový děj složený ze dvou izobarických a dvou izochorických dějů (obr. 3). Počáteční tlak plynu je p_1 , počáteční objem plynu je V_1 . Největší a nejmenší objem jsou v poměru

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2}.$$

Nejnižší teplota plynu při ději je T_{\min} , nejvyšší teplota T_{\max} .

- Určete, ve kterých stavech plynu je teplota nejvyšší a nejnižší a vypočítejte objem, tlak a teplotu pro stavy plynu určené body A , B , C a D v obrázku.



S použitím získaných výsledků znázorněte znovu a přesněji cyklus $ABCD$ v soustavě souřadnic p, V .

- b) Znázorněte cyklus $ABCD$ v soustavách souřadnic p, T a V, T .
- c) Vypočtěte práci vykonanou při kruhovém ději.
- d) Stanovte termodynamickou účinnost stroje, v němž děj probíhá.
- e) Ukažte, že termodynamická účinnost stroje vypočtená v části d) je menší než termodynamická účinnost Carnotova cyklu s teplotou ohříváče T_{\max} a teplotou chladiče T_{\min} .

Řešte obecně, části c), d) a e) pro hodnoty

$$T_{\min} = 300 \text{ K}, T_{\max} = 600 \text{ K}, V_1 = 2,0 \text{ dm}^3, p_1 = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

Molární tepelná kapacita plynu s dvouatomovými molekulami je při stálém objemu $C_V = \frac{5R_m}{2}$, při stálém tlaku $C_p = \frac{7R_m}{2}$.