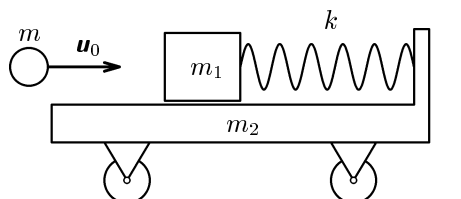


**Úlohy 1. kola 41. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie B**

1. Kvádr o hmotnosti  $m_1$  leží na dokonale hladkém vozíku o hmotnosti  $m_2$  a je s jeho přední částí spojen pružinou o tuhosti  $k$  (obr. 1). Hmotnost pružiny je zanedbatelná. Zezadu přiletí vodorovným směrem rychlostí  $u_0$  koule o hmotnosti  $m$  a dokonale pružně se odrazí.



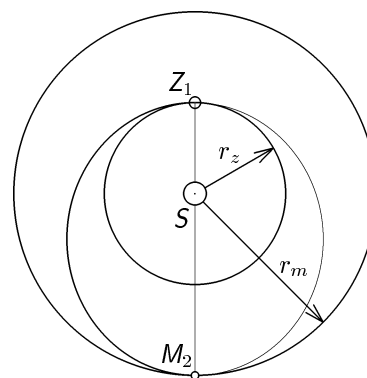
Obr. 1

- Určete rychlost  $v_1$  kvádrů těsně po odrazu koule.
- Dokažte, že kvádr začne vzhledem k vozíku konat harmonický kmitavý pohyb a určete jeho periodu a amplitudu výchylky.
- Určete dráhu uraženou vozíkem za jednu periodu pohybu.
- Určete, jak se bude v závislosti na čase měnit rychlost  $v$  kvádrů vzhledem k zemi a rychlost  $w$  vozíku vzhledem k zemi. Zjištěné závislosti zobrazte do společného grafu. Jaký musí být poměr  $m_1/m_2$ , aby se kvádr pohyboval vzhledem k zemi stále vpřed?

Řešte obecně a pro hodnoty:

$$m = 0,50 \text{ kg}, m_1 = 2,0 \text{ kg}, m_2 = 5,0 \text{ kg}, k = 150 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, u_0 = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

2. Země obíhá kolem Slunce po přibližně kruhové trajektorii o poloměru  $149,6 \cdot 10^6$  km za 365,26 dne. Také Mars obíhá kolem Slunce po přibližně kruhové trajektorii a jeho doba oběhu je 687,0 dne. Ze Země byly již na Mars vyslány kosmické lodi. Energeticky nejvýhodnější je *Hohmannova trajektorie*. Má tvar poloviny elipsy, která se ve výchozím bodě  $Z_1$  dotýká trajektorie Země a v koncovém bodě  $M_2$  trajektorie Marsu (obr. 2).

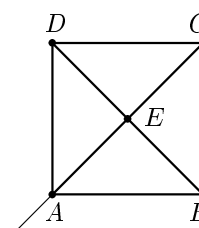


Obr. 2

- Z daných údajů určete poloměr trajektorie Marsu a jeho rychlost.

- b) Určete délku velké poloosy Hohmannovy trajektorie.
- c) Určete dobu letu kosmické lodi ze Země na Mars po Hohmannově trajektorii.
- d) Poměr poloměrů kruhových trajektorií na obr. 2 neodpovídá skutečnosti. Narýsujte ve vhodném měřítku obrázek se správným poměrem poloměrů a v něm na základě výpočtu vyznačte polohu Marsu  $M_1$  v okamžiku startu kosmické lodi a polohu Země  $Z_2$  v okamžiku jejího přistání.

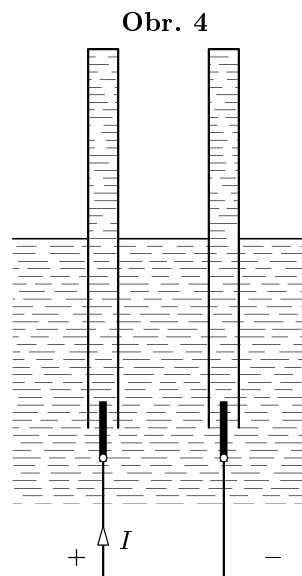
3. Drátěná mřížka má tvar čtverce s úhlopříčkami a je celá vyrobena ze stejného drátu (obr. 3). Rámeček zapojíme do elektrického obvodu tak, že jeden vodič bude připojen k uzlu  $A$ . Druhý vodič můžeme připojit k jinému vrcholu čtverce nebo k průsečíku úhlopříček. Porovnejte elektrické odpory rámečku v jednotlivých případech. Odpor strany čtverce označte  $R$ .



Obr. 3

Návod: Využijte toho, že mezi body se stejným potenciálem neprochází elektrický proud.

4. Dvě svislé válcové trubice délky  $L$  s vnitřním průřezem o obsahu  $S$  jsou na horním konci uzavřeny a ponořeny polovinou své délky do vody okyselené malým množstvím kyseliny sírové. Na začátku jsou trubice zcela zaplněny vodou (obr. 4). V otevřených koncích trubic jsou umístěny elektrody připojené ke zdroji stejnosměrného napětí. Po zapnutí zdroje udržujeme v obvodu konstantní proud  $I$ . V důsledku elektrolýzy okyselené vody se v jedné z trubic uvolňuje kyslík a ve druhé vodík. Plyny postupně vytlačují vodu z trubic.



Obr. 4

- a) V které z trubic se hromadí vodík a ve které kyslík? Odpověď zdůvodněte.
- b) Určete doby  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ , za které se jednotlivé trubice zcela naplní plynem.
- c) Určete hmotnost vody spotřebované za dobu úplného zaplnění obou trubic plynem.

Předpokládáme, že teplota  $t$  celé soustavy je stálá. Řešte obecně a pro hodnoty:  $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $L = 2,0 \text{ m}$ ,  $S = 20 \text{ cm}^2$ ,  $I = 0,50 \text{ A}$ . Atmosférický tlak má hodnotu  $p_a = 101 \text{ kPa}$ , hustota roztoku je  $\rho = 1005 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , tíhové zrychlení  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

5. Balon tvaru koule je otvorem zdola plněn teplým vzduchem. Teplota okolního vzduchu je  $t_1$  a uvnitř balonu se daří udržovat teplotu  $t_2 > t_1$ . Atmosférický tlak má hodnotu  $p_a$ . Plátno, ze kterého je balon vyroben, má plošnou hustotu hmotnosti  $\gamma$ .
- Určete nejmenší poloměr balonu, aby se zvednul.
  - Jaký by musel být poloměr balonu, aby unesl zátěž  $k$ -krát větší než je hmotnost obalu?
  - Jaký by musel být poloměr balonu, aby unesl zátěž o hmotnosti  $m_0$ ?

Úlohy a), b) řešte nejprve obecně a pak pro hodnoty:  $t_1 = 20\text{ °C}$ ,  $t_2 = 70\text{ °C}$ ,  $p_a = 1,00 \cdot 10^5\text{ Pa}$ ,  $\gamma = 0,15\text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}$ ,  $k = 3$ ,  $m_0 = 100\text{ kg}$ ,  $R_m = 8,314\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ ,  $M_m(\text{vzduchu}) = 0,029\text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$ .

Úlohu c) řešte pro dané hodnoty pouze numericky s použitím vaší kalkulačky. Použitou numerickou metodu podrobně popište.

**6. Praktická úloha: Měření charakteristických veličin galvanického článku s přírodním elektrolytem**

Ponoříme-li do elektrolytu dvě elektrody s různými elektrochemickými potenciály, vznikne mezi nimi napětí. Elektrolytem může být libovolné prostředí obsahující volně pohyblivé ionty. K přírodním elektrolytům můžeme řadit vodu z vodovodu nebo vodu studniční i šťávu z různých druhů ovoce a zeleniny. Pro svorkové napětí zdroje platí

$$U = U_e - R_i \cdot I, \quad (1)$$

kde  $U_e$  je elektromotorické napětí zdroje,  $R_i$  vnitřní odpor zdroje a  $I$  proud procházející obvodem.

*Potřeby:* Dvě elektrody z různých kovů (nejlépe měď a zinek), brambor (jablko, citron), elektronický voltmetr s velkým vstupním odporem, ampérmetr se známým odporem, reostat.

*Příprava galvanického článku:* Připravte si elektrody z měděného a zinkového plechu, doporučené rozměry jsou  $50\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ . Zinkový plech můžete získat z pláště starého monočlánku, případně jej můžete nahradit pozinkovaným klempířským plechem nebo plechem aluminiovým. Elektrody očistěte jemným smirkovým plátnem a zasuňte do bramboru (jablka, citronu) polovinou délky  $1\text{ cm}$  až  $2\text{ cm}$  od sebe.

*Provedení úlohy:*

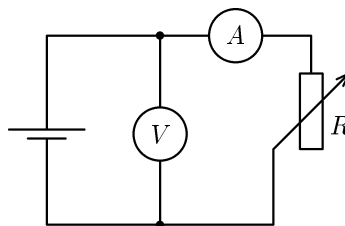
- Voltmetrem s velkým vstupním odporem změřte svorkové napětí. Vzhledem k zanedbatelné velikosti proudu procházejícího voltmetrem pokládejte toto napětí za elektromotorické. Změřené napětí porovnejte s tabulkovým rozdílem elektrochemických potenciálů obou použitých kovů.

- b) Změřte vnitřní odpor zdroje  $R_i$  metodou zkratového proudu. K elektrodám článku připojte samotný ampérmetr a změřte zkratový proud  $I_k$ . Vzhledem k malému napětí článku nemůžeme zanedbat napětí na ampérmetru a jeho odpor  $R_A$ . Platí

$$U_e = (R_i + R_A)I_k, \quad R_i = \frac{U_e}{I_k} - R_A.$$

Odpor ampérmetru  $R_A$  zjistěte v jeho návodu k použití.

- c) V zapojení podle obr. 2 proměřte závislost svorkového napětí zdroje na odebíraném proudu a sestrojte jeho zatěžovací charakteristiku. Použijte reostat s celkovým odporem asi  $10R_i$ .
- d) Ze vztahu (1) odvoďte, že zdroj dodává do vnější části obvodu maximální výkon, jestliže  $U = U_e/2$ . Nastavte takový odpor reostatu, aby tato podmínka byla přibližně splněna a po dobu 30 minut sledujte svorkové napětí zdroje a odebíraný proud. Hodnoty zapisujte po 1 minutě. Určete náboj, který za tuto dobu prošel obvodem, a práci vykonanou ve vnější části obvodu.



Obr. 2

- e) Zhodnoňte přesnost získaných výsledků.

7. Kopačí míč byl vykopnut ze země pod elevačním úhlem  $\alpha = 45^\circ$  rychlostí o velikosti  $v_0 = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Míč se pohybuje bez rotace.
- Vypočtete, jaká by byla vzdálenost místa dopadu a doba letu, kdyby neexistoval odpor vzduchu.
  - Pohyb bez odporu vzduchu modelujte vhodnou numerickou metodou pomocí PC. Z modelu zjistěte vzdálenost místa dopadu a dobu letu; hodnoty porovnejte s výsledky výpočtu v úkolu a).
  - Modelujte pohyb míče s přihlédnutím k odporu vzduchu a zjistěte, jaká je skutečná vzdálenost místa dopadu a doba letu
    - za bezvětří,
    - v případě, že proti hráči fouká vítr o rychlosti  $5 \text{ m/s}$ ,
    - v případě, že ve směru výkopu fouká vítr o rychlosti  $5 \text{ m/s}$ .

Předpokládejte, že síla odporu vzduchu se řídí Newtonovým vztahem

$$F_o = \frac{1}{2}CS\rho v^2,$$

kde  $C = 0,48$  je součinitel odporu pro kouli,  $S$  je plošný obsah středového průřezu míče,  $\rho = 1,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  je hustota vzduchu a  $v$  je velikost okamžité rychlosti míče. Poloměr a hmotnost běžného kopačího míče si zjistěte sami.