

### Úlohy 1. kola 40. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie B

1. Ve vodorovné rovině je zvolena pravoúhlá souřadnicová soustava  $Oxy$ . Na ose  $x$  je bod  $A[a; 0]$ , ve kterém se nachází puška. Na ose  $y$  je bod  $B[0; b]$ . Z počátku soustavy souřadnic se směrem k bodu  $B$  pohybuje těleso stálou rychlostí  $v_1$ . V okamžiku, kdy těleso prochází bodem  $B$ , vystřelíme. O jaký úhel je třeba „předsadit“ pušku, aby těleso bylo zasaženo? Vzdálenost bodů  $A$ ,  $B$  je tak malá, že pohyb střely můžeme považovat za přímočarý s konstantní rychlostí  $v_2$ . Těleso považujte za hmotný bod. Řešte pro hodnoty  $a = 60$  m,  $b = 20$  m,  $v_1 = 30$  m·s<sup>-1</sup>,  $v_2 = 100$  m·s<sup>-1</sup>.
2. Cyklista, jehož hmotnost i s kolem je 95 kg, sjíždí bez šlapání po dlouhém svahu s klesáním 3,5 m na 100 m dráhy. Za bezvětří dosáhne rychlosti  $v_1 = 39$  km/h.
  - a) Jaké rychlosti  $v_2$  by dosáhl, kdyby ve směru jízdy foukal vítr o rychlosti  $v_v = 5,0$  m·s<sup>-1</sup>?
  - b) Jaké rychlosti  $v_3$  by dosáhl, kdyby stejně silný vítr foukal proti směru jízdy?
  - c) S jakým výkonem by musel cyklista šlapat za bezvětří, aby při sjíždění po témž svahu dosáhl rychlosti  $v_4 = 54$  km/h?
  - d) Jaké rychlosti  $v_5$  dosáhne, bude-li za bezvětří se stejným výkonem šlapat do téhož svahu, po kterém sjížděl v úlohách a) až c)?

Úlohy a, b, c) řešte nejprve obecně a potom pro dané hodnoty. V úloze d) postačí numerické řešení některou přibližnou metodou. Valivý odpor kol považujte za zanedbatelný v porovnání s odporem vzduchu,  $g = 9,8$  m·s<sup>-2</sup>.

3. Dusík o hmotnosti  $m$  má počáteční tlak  $p_1$  a teplotu  $t_1$ . Stlačíme jej na objem  $V_2$ 
  - A) izotermicky, B) adiabaticky.
    - a) Určete pro každý děj tlak a teplotu po stlačení.
    - b) Nakreslete ve vhodném měřítku oba děje do téhož  $p$ - $V$  diagramu, přičemž každý graf určete alespoň 8 body.
    - c) Vypočtete pro oba děje práci spotřebovanou plynem během stlačení.

Řešte obecně a pro hodnoty:  $m = 5,00$  g,  $p_1 = 0,100$  MPa,  $t_1 = 20$  °C,  $V_2 = 1,00$  l,  $\kappa = 1,40$ ,  $A_r(N) = 14,0$ ,  $R_m = 8,314$  J·mol<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>.

4. a) Ocelová struna piana naladěná na základní tón  $a^1$  o frekvenci  $f = 440$  Hz má délku 40 cm. Určete normálové napětí struny. Víme, že fázová rychlost příčného vlnění na struně je určena vztahem

$$v = \sqrt{\frac{\sigma}{\varrho}},$$

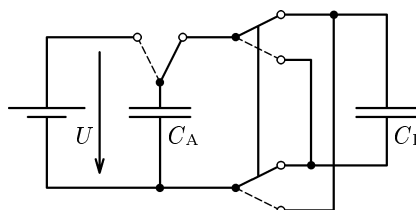
kde  $\sigma$  je normálové napětí struny a  $\varrho = 7900$  kg·m<sup>-3</sup> je hustota materiálu, ze kterého je struna vyrobena.

- b) Struny piana jsou napnuty na masivním litinovém rámu. Přeneseme-li piano ze studeného prostředí do vyhřáté místnosti, dojde k jeho rozladění, protože tenké struny se rychle zahřejí na teplotu místnosti, zatímco rám se bude ohřívat jen zvolna. Jak se změní frekvence základního tónu struny z úlohy a), zvýší-li se její

teplota o 10 K a teplota rámu se nezmění? Teplotní součinitel délkové roztažnosti oceli  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ , Youngův modul pružnosti v tahu  $E = 2,2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ .

5. Kondenzátor o kapacitě  $C_A$  nabijeme na napětí  $U$ , pak jej odpojíme od zdroje a připojíme ke spráženému přepínači, ke kterém je již připojen kondenzátor o kapacitě  $C_B$  (obr. 1).

- Určete napětí na kondenzátorech po připojení kondenzátoru o kapacitě  $C_A$  k přepínači.
- Jak velký náboj  $Q$  prošel vodiči po připojení kondenzátoru k přepínači?
- Jak velká energie se přitom přeměnila na vnitřní energii vodičů?
- Určete napětí  $U_1$  na kondenzátorech po jednom přepnutí přepínače.
- Na jakou hodnotu klesne napětí na kondenzátorech po  $n$  přepnutích?
- Po kolika přepnutích klesne napětí pod hodnotu  $U_k$ ?



Obr. 1

Řešte obecně a pro hodnoty:  $C_A = 200 \text{ nF}$ ,  $C_B = 300 \text{ nF}$ ,  $U = 30 \text{ V}$ ,  $U_k = 0,1 \text{ V}$ .

## 6. Praktická úloha: Elektronický teploměr s diodovým čidlem

*Teorie:*

Udržíme-li v křemíkové diodě zapojené v propustném směru malý stálý proud, při kterém se teplota přechodu PN neliší od teploty okolí, je napětí na diodě lineární klesající funkcí teploty, kterou můžeme zapsat ve tvaru

$$u_D = U_0 - \gamma t. \quad (1)$$

Lineární závislost napětí diody na teplotě se využívá v elektronických teploměrech zapojených podle obr. 2. První operační zesilovač pracuje jako zdroj stálého proudu pro diodu. Napětí voltmetru zapojeného na výstup druhého operačního zesilovače je přímo úměrné Celsiusově teplotě:

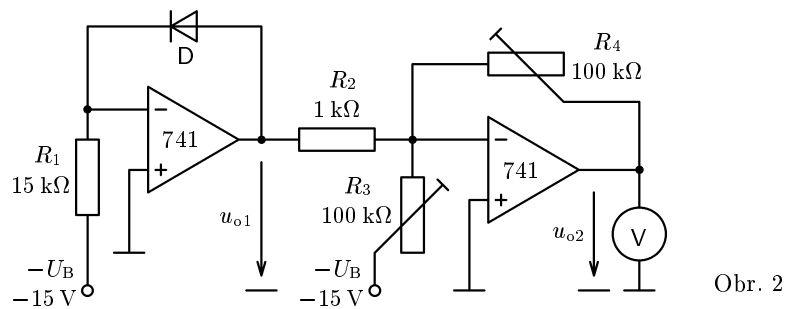
$$u_{o2} = Bt. \quad (2)$$

Toho se dosáhne vhodným seřazením odporů  $R_3$  (nastavení nuly) a  $R_4$  (nastavení citlivosti  $B$ ).

*Úkoly:*

- V obvodu sestaveném podle obr. 3 udržujte stálý proud 1 mA. Změřte napětí na diodě při teplotě  $0^\circ \text{C}$  (v termosce se směsí ledu a vody) a při teplotě okolo  $80^\circ \text{C}$  (v termosce s horkou vodou). Z naměřených hodnot určete veličiny  $U_0$  a  $\gamma$  ve vztahu (1).
- Vysvětlíte činnost prvního operačního zesilovače v zapojení podle obr. 2.

- c) Vysvětlete činnost druhého operačního zesilovače v zapojení podle obr. 2. Jak musíme nastavit hodnoty odporů  $R_3$  a  $R_4$  aby platil vztah (2), přičemž  $B = 0,1 \text{ V/K}$ ? (Při teplotě  $0^\circ\text{C}$  je  $u_{o2} = 0 \text{ V}$  a při teplotě  $100^\circ\text{C}$  je  $u_{o2} = 10 \text{ V}$ .)
- d) Realizujte zapojení podle obr. 2 a proveďte nastavení odporu  $R_3$  při teplotě  $0^\circ\text{C}$  a odporu  $R_4$  při teplotě varu vody. Tu určete z barometrického tlaku pomocí MFCh tabulek. Teploměr potom vyzkoušejte porovnáním s jiným přesným teploměrem při teplotách okolo  $25^\circ\text{C}$ ,  $50^\circ\text{C}$  a  $75^\circ\text{C}$ . Z naměřených hodnot sestrojte kalibrační křivku znázorňující závislost  $u_{o2}$  na teplotě.

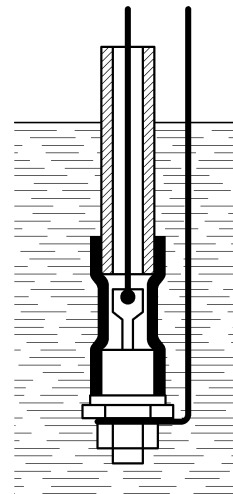


Obr. 2

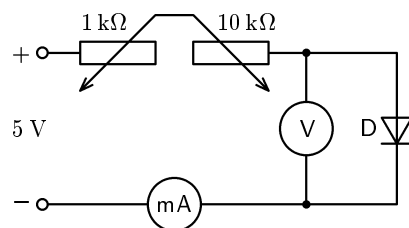
*Poznámky k provedení:*

Podle možností použijeme buď dvojitý operační zesilovač typu 1458 nebo dva samostatné OZ typu 741. Diodu zvolíme ve větším provedení s kovovým pouzdem (např. KY710 nebo KY701). Odizolování jednoho vývodu diody od lázně lze provést skleněnou trubičkou a kouskem průhledné hadičky pro přívod benzínu do karburátoru nebo kouskem silnější pryžové hadičky (obr. 4).

Pro snadnější nastavení odporů  $R_3$  a  $R_4$  by bylo vhodné použít kombinaci pevného rezistoru a trimru o menším odporu. (Při volbě součástek vycházejte z výsledků úlohy c.)



Obr. 4



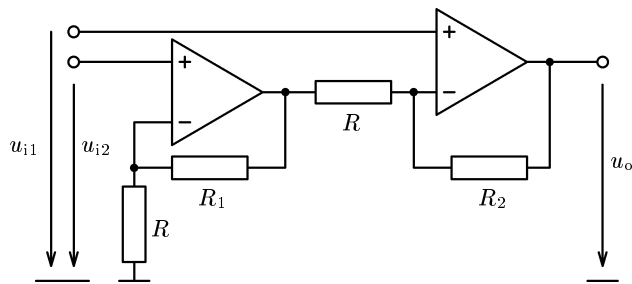
Obr. 3

7. Na obr. 5 je schéma rozdílového zesilovače s velkým vstupním odporem, ve kterém jsou použity dva operační zesilovače a dva stejné rezistory o odporu  $R$ . Určete odpory  $R_1$  a  $R_2$  zbývajících rezistorů tak, aby platilo

$$u_o = 10 (u_{i2} - u_{i1}) .$$

Vstupní diferenciální napětí a vstupní proudy operačních zesilovačů jsou zanedbatelné (viz studijní text).

Řešte obecně a pro  $R = 10 \text{ k}\Omega$ .



Obr. 5