

**Řešení úloh regionálního kola 40. ročníku fyzikální olympiády.**

*Kategorie A*

Autoři úloh: P. Šedivý (1), B. Vybíral (2, 3), D. Klivanec (4)

- 1.a) Při řešení úlohy budeme používat středoškolskou znaménkovou konvenci. Obraz vytvořený první čočkou objektivu je předmětem pro druhou čočku. Zobrazení bodu mimo optickou osu znázorňuje obr. R1. Platí:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a'_1} = \frac{1}{f_1}, \quad a'_1 = \frac{a_1 f_1}{a_1 - f_1} = -300 \text{ mm}.$$

První čočka vytvoří zdánlivý obraz, který leží v předmětovém poloprostoru druhé čočky ve vzdálenosti  $a_2 = d - a'_1 = 350 \text{ mm}$  od druhé čočky. Dále platí:

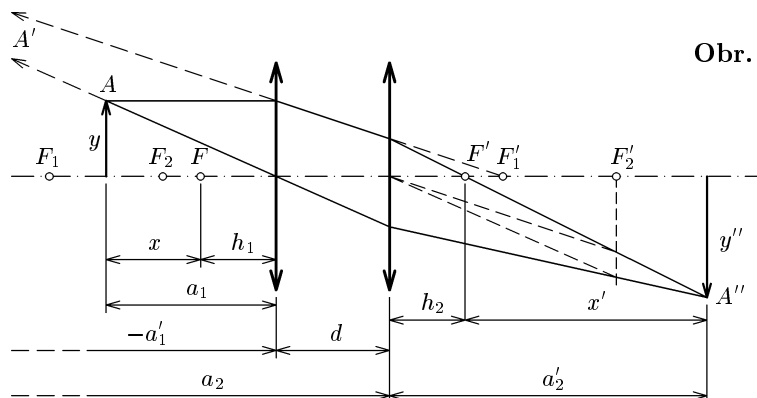
$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a'_2} = \frac{1}{f_1}, \quad a'_2 = \frac{a_2 f_1}{a_2 - f_1} = 140 \text{ mm}.$$

Celkové příčné zvětšení výsledného obrazu je součinem příčného zvětšení při prvním a druhém zobrazení:

$$Z = \frac{y''}{y} = \frac{y''}{y'} \cdot \frac{y'}{y} = Z_1 \cdot Z_2 = -\frac{a'_1}{a_1} \cdot \left(-\frac{a'_2}{a_2}\right) = -1,6.$$

Výsledný obraz je skutečný, převrácený a 1,6krát zvětšený. Leží ve vzdálenosti 140 mm od druhé čočky objektivu.

**5 bodů**



- b) Vydeme opět z obr. R1. Paprsky přicházející rovnoběžně s optickou osou láme první čočka do svého obrazového ohniska  $F'_1$  a druhá čočka do obrazového ohniska  $F'$  celé soustavy. Bod  $F'_1$  se tedy druhou čočkou zobrazuje do bodu  $F'$ . Platí:

$$\frac{1}{-(f_1 - d)} + \frac{1}{h_2} = \frac{1}{f_1}, \quad h_2 = \frac{f_1(f_1 - d)}{2f_1 - d} = 33,\bar{3} \text{ mm}.$$

Vzhledem k souměrnosti objektivu je  $h_1 = h_2$ .

**2 body**

- c) Použijeme zobrazovací rovnici čočky v Newtonově tvaru:

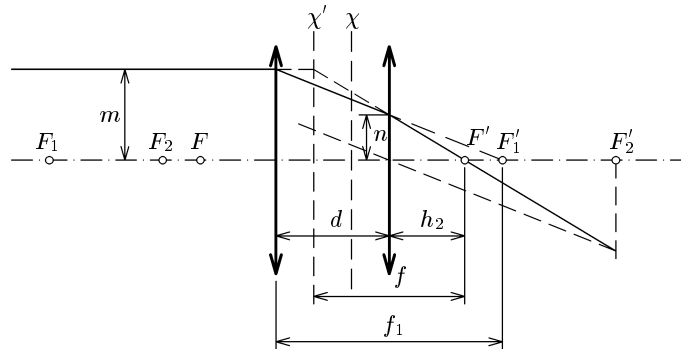
$$f^2 = x \cdot x', \quad \text{kde } x = a_1 - h_1 = 41,\bar{6} \text{ mm}, \quad x' = a'_2 - h_2 = 106,\bar{6} \text{ mm}.$$

Z toho  $f = \sqrt{xx'} = 66,\bar{6} \text{ mm}$ .

Můžeme také vycházet z polohy hlavních rovin  $\chi, \chi'$  objektivu (obr. R2):

$$\text{Platí: } \frac{n}{m} = \frac{h_2}{f} = \frac{f_1 - d}{f_1}, \quad f = \frac{h_2 f_1}{f_1 - d} = 66,\bar{6} \text{ mm}.$$

**Obr. R2**



2.a) Pro relativistické zvětšení hmotnosti platí:

$$\frac{m}{m_0} = \frac{m_0 + \Delta m}{m_0} = 1 + \delta m = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

Úpravou dostaneme:

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + \delta m)^2}} = c \frac{\sqrt{(2 + \delta m)\delta m}}{1 + \delta m} = 0,140c = 4,21 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

**3 body**

b) Kinetická energie částic je úměrná zvětšení jejich hmotnosti:

$$E_k = (m - m_0)c^2 = m_0 \cdot \delta m \cdot c^2.$$

$$E_p = m_p \cdot \delta m \cdot c^2 = 1,50 \cdot 10^{-12} \text{ J} \doteq 9,4 \text{ MeV}.$$

$$E_d = m_d \cdot \delta m \cdot c^2 = 3,01 \cdot 10^{-12} \text{ J} \doteq 19 \text{ MeV}.$$

$$E_\alpha = m_\alpha \cdot \delta m \cdot c^2 = 5,97 \cdot 10^{-12} \text{ J} \doteq 37 \text{ MeV}.$$

**3 body**

c) Dráha částice v cyklotronu je zakřivena působením magnetické síly:

$$ZeB\omega r = m\omega^2 r, \quad \omega = 2\pi f = \frac{ZeB}{m_0}, \quad f = \frac{ZeB}{2\pi m_0}.$$

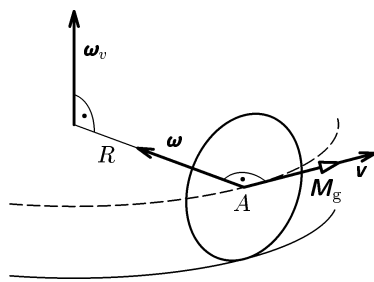
$$\text{protony } (Z = 1) \quad f_p = \frac{eB}{2\pi m_p} = 21,5 \text{ MHz},$$

$$\text{deuterony } (Z = 1) \quad f_d = \frac{eB}{2\pi m_d} = 10,8 \text{ MHz},$$

$$\text{částice } \alpha \text{ } (Z = 2) \quad f_\alpha = \frac{eB}{\pi m_\alpha} = 10,8 \text{ MHz}.$$

**4 body**

3.a)



Obr. R3

Gyroskopický moment automobilu je  

$$\mathbf{M}_g = \mathbf{L} \times \boldsymbol{\omega}_v = J \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega}_v,$$
kde  $\boldsymbol{\omega}$  je úhlová rychlost rotace kola a  $\boldsymbol{\omega}_v$  je úhlová rychlost otáčení automobilu v zatáčce (obr. R3). Platí

$$\omega = \frac{v}{r}, \quad \omega_v = \frac{v}{R}.$$

Velikost gyroskopického momentu je

$$M_g = J \frac{v^2}{rR} = 3,80 \cdot \frac{20^2}{0,30 \cdot 25,0} \text{ N} \cdot \text{m} = 203 \text{ N} \cdot \text{m}$$

**2 body**

b) Moment odstředivých sil  $\mathbf{M}_o = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_o$  má velikost (obr. R4)

$$M_o = rF_o = rm \frac{v^2}{R} = 0,30 \cdot 1200 \frac{20^2}{25} \text{ N} \cdot \text{m} = 5760 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

**2 body**

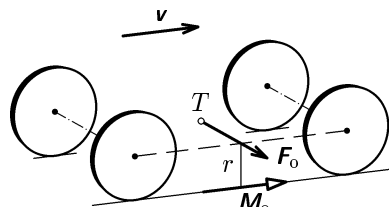
c) Svislé složky sil, kterými na vozovku působí levá kola, mají velikost

$$F_L = \frac{mg}{4} - \frac{M_g + M_o}{2l} = \frac{mg}{4} - \frac{v^2}{2lrR} (mr^2 + J) = (2943 - 1987) \text{ N} = 955 \text{ N}.$$

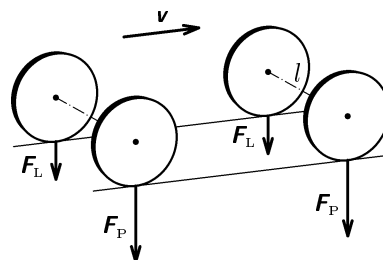
Svislé složky sil, kterými na vozovku působí pravá kola, mají velikost

$$F_P = \frac{mg}{4} + \frac{v^2}{2lrR} (mr^2 + J) = (2943 + 1987) \text{ N} = 4930 \text{ N}.$$

**3 body**



Obr. R4



Obr. R5

d) Při kritické rychlosti platí  $F_L = 0$ , tedy

$$v_k = \sqrt{\frac{mglrR}{2(mr^2 + J)}} = \sqrt{\frac{1200 \cdot 9,81 \cdot 1,50 \cdot 0,30 \cdot 25}{2(1200 \cdot 0,3^2 + 3,8)}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

$$v_k = 24,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \doteq 87,6 \text{ km/h}.$$

**3 body**

- 4.a) K nežádoucí přeměně elektrické energie na vnitřní energii dochází při průchodu proudu vnitřním odporem zdroje během nabíjení kondenzátoru.

**1 bod**

- b) Během nabíjení kondenzátoru dodá zdroj náboj  $Q = U_e C$  a vykoná práci  $W_z = U_e Q = U_e^2 C$ . Kondenzátor získá energii  $E_c = \frac{1}{2} C U_e^2$ . Zbývající energie  $\frac{1}{2} C U_e^2$  se spotřebuje ve vnitřním odporu zdroje a ve vyhřívacím tělese v poměru okamžitých výkonů:

$$\frac{P}{P_v} = \frac{R I^2}{R_i I^2} = \frac{R}{R_i}.$$

Ve vyhřívacím tělese tedy během nabíjení kondenzátoru vznikne teplo

$$Q_1 = \frac{C U_e^2 R}{2(R + R_i)} = 0,081 \text{ J}.$$

**3 body**

- c) Během vybíjení kondenzátoru se celá jeho energie spotřebuje ve vyhřívacím tělese, kde vznikne teplo

$$Q_2 = E_c = \frac{1}{2} C U_e^2 = 0,405 \text{ J}.$$

**2 body**

- d) Průměrný výkon ohříváče je

$$P = f(Q_1 + Q_2) = \frac{f C U_e^2 (2R + R_i)}{2(R + R_i)} \doteq 9,7 \text{ W}.$$

**2 body**

- e) Celkový elektrický výkon v obvodu je  $P_0 = f W_z = f C U_e^2$  a zařízení má účinnost

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{2R + R_i}{2(R + R_i)} = 0,60.$$

Kdyby bylo vyhřívací těleso trvale připojeno ke zdroji, mělo by zařízení účinnost

$$\eta' = \frac{R}{R + R_i} = 0,20.$$

Pokud  $R_i > 0$ , platí  $\eta > \eta'$ .

**2 body**